http://www.xriadiat.com **DS1: S** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (3pts) : $\left(1\text{pts}\times 3\right)$: Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

1) $P_1 : \left(\forall x \in \mathbb{R}^{*+}\right); x+\frac{1}{x} \succ 2$

2) $P_2 : \forall n \in \mathbb{N} : \frac{n+2023}{n+2024} \neq 1$

3) $P_3 : \left(\forall n \in \mathbb{N}\right); n^2+3n+2023$ est un entier impair

Exercice2 : (1,5pts) : Montrer par un Raisonnement par équivalence que :

$\left(\forall x \in [1;+\infty[\right)\left(\forall y \in [1;+\infty[\right) : \sqrt{x-1}+\sqrt{y-1} \leq \sqrt{xy}$

Exercice3 : (2,5pts) : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^* - \{-1\}$ $S_n = \sum_{k=0}^{k=2n} (-1)^k x^k = \frac{x^{2n+1}+1}{x+1}$.

Exercice4 : (2,5pts) : $\left(1\text{pts}+1,5\text{pts}\right)$: Soit $n \in \mathbb{N}$ considérons : $A(n) = 9n^2+13n+5$

1)Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : (3n+2)^2 < A(n) < (3n+3)^2$

2)En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N} : \sqrt{A(n)} \notin \mathbb{N}$

Exercice5 : (3,5pts) : $\left(1\text{pts}+1,5\text{pts}+1\text{pts}\right)$: Soit l'ensemble suivant : $A = \left\{ \frac{1}{n}+\frac{1}{m}-\frac{1}{n\times m} / n \in \mathbb{N}^* \text{ et } m \in \mathbb{N}^* \right\}$

1) Montrer que : $0 \notin A$

2) Montrer que : $A \subset]0;1]$

3) Est-ce que $A =]0;1]$?

Exercice6 : (4pts) : $\left(0,5\text{pts}+1\text{pts}+1\text{pts}+1,5\text{pts}\right)$: Soit l'application : $\begin{array}{l} f : [1;+\infty[\to [2;+\infty[\\ x \mapsto x+\frac{1}{x} \end{array}$

1) Calculer : $f(1)$ et $f(2)$

2) Montrer que f est injective

3) Montrer que f est surjective

4) Montrer que f est bijective et Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f .

Exercice7 : (3pts) : $\left(0,5\text{pts}+0,5\text{pts}+1\text{pts}+1\text{pts}\right)$ Soit l'application f : $\begin{array}{l} :\mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x(1-x)^2}{(1+x^2)^2} \end{array}$

1) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*$ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

b) f est-elle injective ? justifier

2) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) \leq \frac{1}{4}$

b) f est-elle surjective ? justifier

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien