

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée : 2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com> )

**Exercice1** : (9pts) : (1,5pts×6)

Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

1)  $P_1$  : «  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 6n+5$  est un nombre premier »

2)  $P_2$  : «  $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{2n+1}{4} \notin \mathbb{N}$  »

3)  $P_3$  : «  $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2$  et  $y \neq 2x ; \left( y \neq \frac{1}{8}x \Rightarrow \frac{x+2y}{2x-y} \neq \frac{2}{3} \right)$  »

4)  $P_4$  : «  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* ; \frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}} > 1$  »

5)  $P_5$  : «  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) ; 0 < y^2 - x - 1$  »

6)  $P_6$  : «  $\forall n \in \mathbb{N} ; n^3 - n$  est divisible par 3 »

**Exercice2** : (1,5pts) : Montrer par disjonction des cas que :  $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n^{2022} + 3 + (n+3)^{2023}}{2} \in \mathbb{N}$

**Exercice3** : (1,5pts) : Montrer par l'absurde que :  $\forall n \in \mathbb{Z} : \frac{4n + 2023}{8} \notin \mathbb{Z}$

**Exercice4** : (1,5pts) : (1,5pts+1,5pts)

Montrer que :  $\{x \in \mathbb{R} / |2x| + |x-5| \leq 3\} \subset \{x \in \mathbb{R} / |3x-5| \leq 3\}$

**Exercice5** : (3,5pts) : (0,5pts+1pts+0,5pts+0,5pts+1pts)

Soit l'application  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto x^2 + x + 2$

1) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} f(-1-x) = f(x)$

2)  $f$  est-elle injective ?

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = -\frac{1}{4}$

4)  $f$  est-elle surjective ?

5) Montrer que :  $f(\mathbb{R}) = \left[ \frac{7}{4}; +\infty \right[$

$:\left[ \frac{-1}{4}; +\infty \right[ \rightarrow \left[ \frac{5}{2}; +\infty \right[$

**Exercice6** : (3pts) : Soit l'application  $f$  :

$x \mapsto f(x) = \frac{5}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

Montrer que :  $f$  est bijective et déterminer sa bijection réciproque.  $f^{-1}$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

