http://www.xriadiat.com **DS1: Q** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (3pts) : $(1{,}5\text{pts}+1{,}5\text{pts})$

Soit f l'application numérique définit sur $\mathbb{R}$

Par : $f(x)=x^2+2x$

On considère les propositions suivantes :

$P\ :(\exists M\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R}): f(x)\le M$

Q : « L'application f est pair » ou « l'application f est impair »

1)Déterminer la négation de la proposition P et montrer que P est fausse (justifier avec un raisonnement logique)

2)Déterminer la négation de Q et donner sa valeur de vérité (justifier avec un raisonnement logique)

Exercice2 : (4pts) : $(1\text{pts}+1{,}5\text{pts}+1{,}5\text{pts})$

1) a) En utilisant un raisonnement par équivalence :

Montrer que : $\forall a\in\mathbb{R}_+^*$: $\sqrt{2a+1}\le a+1$

b) Montrer que : $\forall(a;b)\in\left(\mathbb{R}_+^*\right)^2$: $\dfrac{a+b}{2}\le\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$

2) En déduire que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$ et $\forall y\in\mathbb{R}_+^*$:

$$\frac{\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1}}{2}\le x+y+1$$

Indication : appliquer b) puis a)

Exercice3 : (5pts) : $(2\text{pts}+1\text{pts}+1\text{pts}+1\text{pts})$

Soient $a\,;b\,;c$ des nombres entiers relatifs impairs

1) Montrer que : l'équation $a\,x^2+bx+c=0$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{Q}$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$x^2+x-(2n+3)=0$ Où $n\in\mathbb{N}$

3) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{8n+5}\notin\mathbb{Q}$

4) Montrer que : $\sqrt{2029}\notin\mathbb{Q}$

Exercice4 : (1,5pts) : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I): $\sqrt{x-1}\ge x-7$

Exercice5 : (2pts) : $(1\text{pts}+1\text{pts})$

Soient A ; B ; C des parties d'un ensemble E.

1) Monter que : $\begin{cases}A\cap C\subset B\cap C\\ A-C\subset B-C\end{cases}\Leftrightarrow A\subset B$

2)Monter que : $A\cup B=A\cap C\Leftrightarrow B\subset A\subset C$

Exercice6 : (4,5pts) : $(1\text{pts}+3{,}5\text{pts})$

Soit l'application : $\begin{aligned}h:\mathbb{R}^+&\to\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\\ x&\mapsto x+\sqrt{x}+\frac{1}{4}\end{aligned}$

1)Ecrire l'application h comme La composée de deux applications f et g : $h=g\circ f$

avec : $\begin{aligned}f:\mathbb{R}^+&\to\left[\frac{1}{2};+\infty\right[\\ x&\mapsto\sqrt{x}+\frac{1}{2}\end{aligned}$ et $\begin{aligned}g:\left[\frac{1}{2};+\infty\right[&\to\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\\ x&\mapsto x^2\end{aligned}$

2)a) Montrer que f est une bijection et déterminer sa bijection réciproque

b) Montrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque

c) En déduire que h est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ et déterminer sa bijection réciproque

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien