http://www.xriadiat.com **DS1: P** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (4pts) : $(2\text{pts}+2\text{pts})$ 1) Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une application.

Traduire les propositions suivantes à l'aide de quantificateurs puis nier les propositions :

a) L'application f est l'application nulle

b) L'application f s'annule

c) L'application f s'annule une seule fois

d) L'application f s'annule sur $\mathbb{R}^+$

2) Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tel que : $(\forall x\in\mathbb{R}): f(x)=x^2+6x-7$

On considère les propositions suivantes : $P\ :\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right): x\neq y \Rightarrow f(x)\neq f(y)$

$Q:(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R}): xy+2y+x+2=0$

Déterminer la négation et la valeur de vérité des propositions P et Q (justifier)

Exercice2 : (9pts) : $(1{,}5\text{pts}\times 6)$

1)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $x\notin\left]-\infty;-3\right[$ et $x\notin\left]\frac{1}{2};+\infty\right[\Rightarrow 2x^2+5x-3\leq 0$

2)Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}^+): \sqrt{2x+2}-\sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$

3) Montrer que : $\left(\forall(x;y;z)\in\mathbb{R}^3\right): x+y+z=0 \Rightarrow |x-y|+|y-z|+|z-x|\geq\frac{1}{2}\left(|x|+|y|+|z|\right)$

4) Soit $n\in\mathbb{N}^*$; Montrer que si n est un carré parfait, alors $2n$ ne peut pas être un carré parfait.

5) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $3^{5n}+4^{5n+2}+5^{5n+1}$ est un multiple de 11

6)Montrer par disjonction des cas que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $\sqrt{x^2+1}+\frac{1}{2}(x+2)\succ 0$

Exercice3 : (1,5pts) : Soient A ; B ; C des parties d'un ensemble E

Vérifiant : $E=A\cup B$ et $A\cap C\subset B$ et $B\cap C\subset A$

Monter que : $C\subset A\cap B$

Exercice4 : (2,5pts) : $(0{,}5\text{pts}+0{,}5\text{pts}+0{,}5\text{pts}+1\text{pts})$ Soit L'application f : $\begin{aligned} f:\mathbb{R}&\to\mathbb{R}\\ x&\mapsto 3x^2-6x+5\end{aligned}$

1) Résoudre l'équation $f(x)=0$

2) f est-elle surjective ?

3) f est-elle injective ? justifier

4) Déterminer : $f\left(\left[1;+\infty\right[\right)$ et $f^{-1}\left([2;11]\right)$

Exercice5 : (3pts) : $(1\text{pts}+2\text{pts})$ 1) Montrer que : $\forall x\in[-1;0]$; $1\leq 2\sqrt{x+1}-x\leq 2$

2)Soit l'application : $\begin{aligned} f:[-1;0]&\to[1;2]\\ x&\mapsto 2\sqrt{x+1}-x\end{aligned}$

a) Vérifier que : $\forall x\in[-1;0]$; $f(x)=2-\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$

b) Montrer que f : est une bijection et déterminer sa bijection réciproque f^{-1}

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien