

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com> )

**Exercice1** : (4pts) : (1pts+1pts+1pts+1pts)

Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes et déterminer leurs négations :

1)  $P$  : " $\sqrt{81} \neq \sqrt{16} + \sqrt{25}$  ou  $\sqrt{3} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ "

2)  $Q$  : «  $\forall x \in ]-\infty; -5]; -x^2 - x + 6 \leq 0$  »

3)  $R$  : «  $\forall x \in \mathbb{R}^+; \sqrt{x^6 + 1} - x = 0$  »

4)  $S$  : «  $\exists n \in \mathbb{N}; \forall x \in \mathbb{R} : n - 1 \leq x^2$  »

**Exercice2** : (7,5pts) : (1,5pts × 5)

1) Montrer que :  $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 : \left( x \neq \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ et } y \neq \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow \left( xy\sqrt{2} - x - y + \sqrt{2} \neq \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

2) Montrer que :  $(\forall (x; y; z) \in \mathbb{R}^3) : x + y + z = 0 \Leftrightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

3) Montrer par disjonction des cas que :  $\forall x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq x^2 - x + 1$

4) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^* : 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$ .

5) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \sqrt{n^2 + 7n + 12} \notin \mathbb{N}$

**Exercice3** : (4,5pts) : (2pts+2pts + 0,5pts) : Soit l'application  $g : \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}^*$   
 $x \mapsto g(x) = \frac{9}{2x - 1}$

1) a) Montrer que :  $g$  est injective

b) Montrer que :  $g$  est surjective

2) En déduire que  $g$  est une bijection. Déterminer son application réciproque

3) Déterminer  $g^{-1}([-5; 2])$

**Exercice4** : (4pts) : (3pts+1pts) Soit l'application  $f : ]0; +\infty[ \times ]0; +\infty[ \rightarrow ]4; +\infty[$   
 $(x; y) \mapsto (x + y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$

1) Montrer que  $f$  est surjective

2)  $f$  est-elle injective ?

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

