

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS/Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2pts) : (0,5pts+0,5pts+1pts)

Montrer par Le raisonnement par contre-exemple que les propositions suivantes sont fausses

1) $P: (\forall x \in \mathbb{R}^*): x + \frac{1}{x} \geq 2$

2) $Q: ((\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}): 2x - 4y \neq 5$

3) $R: (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}): x - y = 1 \Rightarrow x > 1$

Exercice2 : (7,5pts) : (1,5pts × 5)

1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R} : x \neq y \text{ et } x + y \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} \neq \sqrt{y^2 - y + 1}$

2) Montrer que : $(\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2): a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow |a + b| \leq \sqrt{2}$

3) Montrer par l'absurde que : $\forall n \in \mathbb{Z}: \frac{8n + 2025}{10} \notin \mathbb{Z}$

4) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante (I): $\sqrt{x+4} > x+1$

5) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{p=1}^n \frac{1}{p(p+1)} = \frac{n}{n+1}$.

Exercice3 : (2pts) : Soient $A ; B ; C$ des parties d'un ensemble E .

Simplifier les expressions suivantes :

a) $A \cap (A \cup B)$

b) $[A \cup (A \cap B)] \cup B$

c) $(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)$

Exercice4 : (8,5pts) : (2pts+2pts+1,5pts+2pts+1pts)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Soit l'application :

$x \mapsto \frac{x|x|}{x^2 + 1}$

1) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 < f(x) < 1$

b) f est-elle surjective ? justifier

2) Montrer que f est injective

3) Déterminer : $f^{-1}\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right)$

4) a) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} dans $] -1, 1[$

b) Déterminer sa bijection réciproque. f^{-1}

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

