

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction : Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2pts) : (1pt+1pt) On considère la proposition suivante : $P : (\forall x \in \mathbb{R}) : x < 6 \Rightarrow x^2 < 36$

- 1) Ecrire la négation de P
- 2) En utilisant un raisonnement par contre-exemple, Montrer que P est fausse.

Exercice2 : (3pts) : (1pts+1pts+1pts)

- 1) Soit $a \in \mathbb{R}^+$ tel que : $\forall \varepsilon > 0 : a < \varepsilon$
Montrer que : $a = 0$
- 2) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que : $\forall \varepsilon > 0 : |a - b| < \varepsilon$

Montrer que : $a = b$

- 3) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$
Montrer que : $a \leq b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 : a < b + \varepsilon$

Exercice3 : (2,5pts) : Montrer par disjonction des cas : que pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$; $n^3 - n$ est divisible par 3.

Exercice4 : (2,5pts) : Soit $n \in \mathbb{N}^*$; on pose a_n le nombre formé de n nombres égaux à 7

(C'est-à-dire : $a_n = \underbrace{77 \dots 7}_{n \text{ fois } 7}$ par exemple : $a_1 = 7$ et $a_2 = 77$; $a_4 = 7777$)

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* : a_n = \frac{7}{9}(10^n - 1)$.

Exercice5 : (4,5pts) : (1pts+2pts+1,5pts)

Soient les ensembles : $E = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$; $F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x^3 + y^3 = 1\}$ et $I = [-1; 1]$

- 1) Montrer que : $E \neq \emptyset$ et $F \neq \emptyset$
- 2) Montrer que : $E \cap F = \{(1; 0); (0; 1)\}$
- 3) Montrer que : $E \subset I \times I$ et $E \neq I \times I$

Exercice6 : (5,5pts) : (1,5pts+1,5pts+2,5pts)

Soit l'ensemble : $D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y - x + 1 \geq 0\}$

$]1; +\infty[\times \mathbb{R} \rightarrow D$

Et soit l'application $f : (x; y) \mapsto (2x + y ; x^2 + y)$

- 1) Montrer que f est injective
- 2) Montrer que f est Surjective
- 3) Montrer que f est bijective et Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f .

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

