

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (3pts) : (0,5pts×4+1pts) Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes (justifier les réponses)

1) $P: (\exists y \in \mathbb{R}); (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \geq 10y$

2) $Q: (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) / x + y > 2$

3) $R: (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) / x^2 + y \leq xy$

4) $S: (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) / x + 2y \leq 1$

5) $T: (\forall a \in \mathbb{R})(\exists b \in \mathbb{R}) / a^2 + 2b^2 > 4ab$

Exercice2 : (1,5pts) : Montrer que :

$$(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2) : \forall \alpha > 0 : \left| \frac{x+y}{2} \right| + \left| \frac{x-y}{2} \right| < \alpha \Rightarrow |x| < \alpha \text{ et } |y| < \alpha$$

Exercice3 : (3pts) : (1,5pts×2)

1) Démontrer en utilisant la contraposée que :

$$\forall x \in \mathbb{R}; (x + x^3 \leq 2 \Rightarrow x \leq 1)$$

2) Soient x et y deux nombres réels strictement positifs.

Montrer par l'absurde que :

$$x \leq \sqrt{2} \text{ ou } \frac{1}{y} \leq \sqrt{2} \text{ ou } y + \frac{1}{x} \leq \sqrt{2}$$

Exercice4 : (4pts) : (1,5pts+1,5pts+1pts)

On considère la proposition suivante : P_n

$$" \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} : \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) < 1 "$$

1) Montrer que :

$$P_n \Leftrightarrow " \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}; \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^n > 1 + \frac{1}{n} "$$

2) Comparer : $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$ et $\left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^n; \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

3) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} :$

$$(1+x)^n > 1+nx$$

b) Dédire que : la proposition P_n est vraie

Exercice5 : (1,5pts) : Résoudre dans \mathbb{R}

l'équation suivante : $\frac{x|x^2 - 4|}{|x - 2|} = 2$

Exercice6 : (2,5pts) : (1,5pts + 1pts) Soit

l'ensemble suivant : $A = \left\{ \frac{2x}{x^2 + 1} / x \in \mathbb{R} \right\}$

1) Montrer que : $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A$ et en déduire que :

$$A \neq \emptyset$$

2) Montrer que : $A \subset [-1; 1]$

Exercice7 : (1pts) : Soient A ; B et C des parties d'un ensemble E non vide.

Simplifier : $\left((\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cap C}) \right) \cup A$

Exercice8 : (3,5pts) : (1,5pts + 1,5pts)

$$:]2; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

Soit f l'application :

$$x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2}$$

1) Montrer que : f est injective

$$\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

2) L'application $g : x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ est-elle injective ?

est-elle surjective ? Justifier

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

