http://www.xriadiat.com **DS1: I** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction : Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS

Durée :2 heures

Exercice1 : (3pts) : $\left(0,5\text{pts}\times 4+1\text{pts}\right)$ Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes (justifier les réponses)

1) $P:\ \left(\exists y\in\mathbb{R}\right);\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):x^2\geq 10y$

2) $Q:\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right)/\,x+y\succ 2$

3) $R:\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right)/\,x^2+y\leq xy$

4) $S:\ \left(\exists x\in\mathbb{R}\right)\left(\forall y\in\mathbb{R}\right)/\,x+2y\leq 1$

5) $T:\ \left(\forall a\in\mathbb{R}\right)\left(\exists b\in\mathbb{R}\right)/\,a^2+2b^2\succ 4ab$

Solution : 1) $P:\ \left(\exists y\in\mathbb{R}\right);\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):x^2\geq 10y$

Il suffit de prendre : $y=0$ donc : $\left(\exists y=0\in\mathbb{R}\right);\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):x^2\geq 10\times 0$

Donc : P: est une proposition vraie

$\overline{P}:\ \left(\forall y\in\mathbb{R}\right);\left(\exists x\in\mathbb{R}\right):x^2\prec 10y$

2) $Q:\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right)/\,x+y\succ 2$

Soit : $x\in\mathbb{R}$: $x+y\succ 2$ signifie que : $y\succ 2-x$

Il suffit de prendre : $y=-x+3$

On a alors : $x+y=x+-x+3=3\succ 2$

Donc : Q est une proposition vraie

$\overline{Q}:\ \left(\exists x\in\mathbb{R}\right)\left(\forall y\in\mathbb{R}\right)/\,x+y\leq 2$

3) $R:\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right)/\,x^2+y\leq xy$

$\overline{R}:\ \left(\exists x\in\mathbb{R}\right)\left(\forall y\in\mathbb{R}\right)/\,x^2+y\succ xy$

On prend : $x=1$ on a donc : $\left(\forall y\in\mathbb{R}\right)/\,1+y\succ y$ (vraie)

Donc : $\overline{R}$: est une proposition vraie par suite : R: est une proposition fausse.

4) $S:\ \left(\exists x\in\mathbb{R}\right)\left(\forall y\in\mathbb{R}\right)/\,x+2y\leq 1$

$\overline{S}:\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right)/\,x+2y\succ 1$

Soit : $x\in\mathbb{R}$: $x+2y\succ 1$ signifie que : $y\succ\frac{1}{2}(1-x)$

Par exemple on prend : $y=\frac{1}{2}(1-x)+1$

On a donc : $x+2y=x+1-x+2=3\succ 1$

Donc : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y=\frac{1}{2}(1-x)+1\in\mathbb{R}\right)/\,x+2y\succ 1$ vraie

Donc : $\overline{S}$: est une proposition vraie par suite : S est une proposition fausse.

5) T: $(\forall a\in\mathbb{R})(\exists b\in\mathbb{R})/\ a^2+2b^2\succ 4ab$

Soit : $a\in\mathbb{R}$ (fixe) : $a^2+2b^2\succ 4ab$ signifie que : $2b^2-4ab+a^2\succ 0$ (considérer comme une inéquation du 2 ieme degré avec variable $b\Rightarrow\Delta=16a^2-8a^2=8a^2\geq 0\Rightarrow$ l'inéquation admet au moins une solution.

(Faire un tableau de signe)

$(\exists b\in\mathbb{R})/\ a^2+2b^2\succ 4ab$ est vraie.

Donc : T est une proposition vraie

Exercice2 : (1 ,5pts) : Montrer que : $\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right):\forall\alpha\succ 0:\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|\prec\alpha\Rightarrow|x|\prec\alpha\ et\ |y|\prec\alpha$

Solution : Soient $(x;y)\in\mathbb{R}^2$; $\alpha\in\mathbb{R}^{+*}$

On suppose que : $\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|\prec\alpha$ et on a : $\left|\frac{x+y}{2}+\frac{x-y}{2}\right|\leq\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|$

C'est-à-dire : $|x|\leq\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|$ et on a : $\left|\frac{x+y}{2}+\left(-\frac{x-y}{2}\right)\right|\leq\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|$ C'est-à-dire : $|y|\leq\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|$

Donc : $\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right):\forall\alpha\succ 0:\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|\prec\alpha\Rightarrow|x|\prec\alpha\ et\ |y|\prec\alpha$

Exercice3 : (3pts) : $(1,5\text{pts}\times 2)$

1) Démontrer en utilisant la contraposée que : $\forall x\in\mathbb{R};\left(x+x^3\leq 2\Rightarrow x\leq 1\right)$

2)Soient x et y deux nombres réels strictement positifs.

Montrer par l'absurde que : $x\leq\sqrt{2}\ ou\ \frac{1}{y}\leq\sqrt{2}\quad ou\ \ y+\frac{1}{x}\leq\sqrt{2}$

Solution : Démontrons en utilisant la contraposée que la proposition suivante est vraie :
$\forall x\in\mathbb{R};\left(x+x^3\leq 2\Rightarrow x\leq 1\right)$

Soit : $x\in\mathbb{R}$; Par contraposée Montrons que : $\left(x\succ 1\Rightarrow x+x^3\succ 2\right)$

Supposons que : $x\succ 1$ alors : $x^3\succ 1^3$ c'est-à-dire : $x\succ 1$ et $x^3\succ 1\Rightarrow x+x^3\succ 1+1\Rightarrow x+x^3\succ 2$

Donc : $\left(x\succ 1\Rightarrow x+x^3\succ 2\right)$

Par contraposée on a donc : $\forall x\in\mathbb{R};\left(x+x^3\leq 2\Rightarrow x\leq 1\right)$

2) Soient : $x\in\mathbb{R}_+^*$ et $y\in\mathbb{R}_+^*$

Supposons par l'absurde que : $x>\sqrt{2}\ et\ \frac{1}{y}>\sqrt{2}\quad et\ \ y+\frac{1}{x}>\sqrt{2}$

$x>\sqrt{2}\Rightarrow\frac{1}{x}<\frac{1}{\sqrt{2}}$ ❶ et $\frac{1}{y}>\sqrt{2}\Rightarrow y<\frac{1}{\sqrt{2}}$ ❷

la somme ❶ et ❷ membre a membre donne : $y+\frac{1}{x}<\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

Donc : $y+\frac{1}{x}<\sqrt{2}$ contradiction avec : $y+\frac{1}{x}>\sqrt{2}$

Donc : $x\leq\sqrt{2}\ ou\ \frac{1}{y}\leq\sqrt{2}\quad ou\ \ y+\frac{1}{x}\leq\sqrt{2}$

Exercice4 : (4pts) : $(1,5\text{pts}+1,5\text{pts}+1\text{pts})$

On considère la proposition suivante : P_n "$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right) < 1$ "

1)Montrer que : $P_n \Leftrightarrow$."$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$; $\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\frac{1}{n}$ "

2) Comparer : $\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$ et $\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$; $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

3)a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $(1+x)^n > 1+nx$

b) Déduire que : la proposition P_n est vraie

Solution : 1) par des équivalences successives

Montrons que : $P_n \Leftrightarrow$."$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$; $\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\frac{1}{n}$ "

Soit $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $P_n \Leftrightarrow \left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right) < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right) < 1$

On a : $n \in \mathbb{N}^* - \{1\} \Leftrightarrow n \geq 2 \Leftrightarrow n^2 \geq 4 \Rightarrow n^2 \succ 1 \Rightarrow n^2 - 1 \succ 0 \Rightarrow \frac{n^2-1}{n^2} \succ 0$

$$P_n \Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{n}\right) < \left(\frac{n^2}{n^2-1}\right)^n \Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{n}\right) < \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^n \Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{n}\right) < \left(\frac{n^2-1}{n^2-1}+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$$

$\Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{n}\right) < \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$ Par suite : $P_n \Leftrightarrow$."$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$; $\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\frac{1}{n}$ "

2) Comparons : $\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$ et $\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$; $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

On a : $n \geq 2 \Leftrightarrow n^2 \geq 4 \Rightarrow n^2 \succ 1 \Rightarrow n^2 - 1 \succ 0$

On a aussi : $n^2 \succ n^2 - 1 \Rightarrow \frac{1}{n^2} \prec \frac{1}{n^2-1} \Rightarrow 1+\frac{1}{n^2} \prec 1+\frac{1}{n^2-1} \Rightarrow \left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n \prec \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$

Donc : $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$; $\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n \prec \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n$

3)a) Montrer par récurrence que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$; $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $(1+x)^n > 1+nx$

Notons H(n) La proposition suivante : « $(1+x)^n > 1+nx$ »

Soit : $x \in \mathbb{R}_+^*$;Nous allons démontrer par récurrence que H(n) est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$.

1étapes : l'initialisation : Pour n=2 nous avons :

$(1+x)^2 = x^2 + (2x+1)$ et $x^2 \succ 0$ car $x \in \mathbb{R}_+^*$

Donc : $(1+x)^2 > 1+2x$.

Donc/ H(2) est vraie.

L'hérédité : 2étapes : Hypothèse de récurrence : Soient : $x \in \mathbb{R}_+^*$; $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$:

Supposons que H(n) soit vraie c'est-à-dire : $(1+x)^n > 1+nx$

3étapes : Nous allons montrer que P(n+1) est vraie.
Montrons alors que : $(1+x)^{n+1} > 1+(n+1)x$??

On a : $(1+x)^n \geq 1+nx$ d'après l'hypothèse de récurrence donc $(1+x)^n(1+x) \geq (1+nx)(1+x)$

Donc : $(1+x)^{n+1} \geq 1+x+nx+nx^2$

Donc : $(1+x)^{n+1} \geq (1+(1+n)x)+nx^2$

Donc : $(1+x)^{n+1} \geq (1+(1+n)x)$ car

$(1+(1+n)x)+nx^2 \geq 1+(1+n)x$ (On pourra faire la différence)

Donc H(n+1) est vraie.
Conclusion : Par le principe de récurrence H(n) est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$, c'est-à-dire :

$\forall x \in \mathbb{R}_+^* ; \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $(1+x)^n > 1+nx$

b) Déduisons que : la proposition P_n est vraie

On a : $P_n \Leftrightarrow . "\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} ; \left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\dfrac{1}{n}$ " et d'après 2) on a :

$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$; $\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n \prec \left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^n$

Si je montre que : $1+\dfrac{1}{n} \prec \left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$ on peut déduire le résultat.

D'après 3) a) on a : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $(1+x)^n > 1+nx$

On prend : $x = \dfrac{1}{n^2} \succ 0$ alors : $\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n > 1+n\dfrac{1}{n^2} \Rightarrow \left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n > 1+\dfrac{1}{n}$: $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

Donc : on aura : $1+\dfrac{1}{n} \prec \left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$ et $\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n \prec \left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^n$

Par suite : "$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} ; \left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\dfrac{1}{n}$ "est vrais

Et comme : $P_n \Leftrightarrow . "\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} ; \left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\dfrac{1}{n}$ " alors aussi la proposition P_n est vraie.

Exercice5 : (1,5pts) : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{x\left|x^2-4\right|}{|x-2|} = 2$

Solution : $\dfrac{x\left|x^2-4\right|}{|x-2|} = 2$: a) On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $x-2 \neq 0$

$x-2=0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x=2$ Donc : $D_E = \mathbb{R} - \{2\}$

b) Résolvons l'équation : étudions le signe de : $x-2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

On va Opérer par disjonction de cas :

Si $x \geq 2$ alors $x-2 \geq 0$ par suite : $|x-2| = x-2$

Donc : l'équation devient : $\frac{x(x^2-4)}{(x-2)} = 2 \Leftrightarrow x(x+2) = 2$ c'est-à-dire : $x^2 + x - 2 = 0$

Calculons le discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$ de l'équation : $\Delta' = b'^2 - ac = 1 + 2 = 3 \succ 0$

Comme Δ' > 0, l'équation possède deux solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = -1 - \sqrt{3}$ et

$x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = -1 + \sqrt{3}$

Tous les deux ne sont pas supérieurs à 2 donc : $S_1 = \varnothing$

Si $x \prec 2$ alors $x-2 \prec 0$ donc : $|x-2| = -x+2$

Donc : l'équation devient : $\frac{x(x^2-4)}{-(x-2)} = 2$ qui signifie que: $x(x+2) = -2$ c'est-à-dire : $x^2 + 2x + 2 = 0$

Calculons le discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$ de l'équation : $\Delta' = b'^2 - ac = 1 - 2 = -1 \prec 0$

Comme $\Delta' \prec 0$, l'équation ne possède pas de solutions

Donc : $S_2 = \varnothing$ Par suite : $S = S_1 \cup S_2 = \varnothing$

Exercice6 : (2,5pts) : $(1{,}5\text{pts} + 1\text{pts})$ Soit l'ensemble suivant : $A = \left\{ \frac{2x}{x^2+1} / x \in \mathbb{R} \right\}$

1) Montrer que : $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A$ et en déduire que : $A \neq \varnothing$

2) Montrer que : $A \subset [-1;1]$

Solution : 1) $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / \frac{2x}{x^2+1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / \sqrt{3}(x^2+1) = 4x \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / (x^2+1) = \frac{4\sqrt{3}}{3}x$

$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / \left(\sqrt{3}x\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{3}x + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / \left(\sqrt{3}x - 3\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} / \sqrt{3}x - 3 = 0$

or : $\exists x \in \mathbb{R} / \sqrt{3}x - 3 = 0$ est vraie car : $\exists x = \sqrt{3} \in \mathbb{R} / \sqrt{3}x - 3 = 0$

Par suite : $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A$ est vraie aussi

Remarque : on peut remarquer que : $\frac{2 \times \sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc : $\exists x \in \mathbb{R} / \frac{2x}{x^2+1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D'où : $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A$

2) Montrons que : $A \subset [-1;1]$

Soit $y \in A$ Montrons que : $y \in [-1;1]$?

C'est à dire : Montrons que : $|y| \leq 1$

On a : $y \in A$ Donc : $\exists x \in \mathbb{R} / \frac{2x}{x^2+1} = y$

$$|y| = \left|\frac{2x}{x^2+1}\right| = \frac{|2x|}{|x^2+1|} = \frac{2|x|}{x^2+1}$$

$$1-\frac{2|x|}{x^2+1} = \frac{x^2+1-2|x|}{x^2+1} = \frac{|x|^2+1-2|x|}{x^2+1} = \frac{(|x|-1)^2}{x^2+1} \geq 0$$

Donc : $|y| \leq 1$

D'où : $\forall y \in \mathbb{R}$; $y \in A \Rightarrow [-1;1]$

Conclusion : $A \subset [-1;1]$

Exercice7 : (1pts) : Soient A ; B et C des parties d'un ensemble E non vide.

Simplifier : $\left(\left(\overline{A\cap\overline{B}}\right)\cap\left(\overline{A\cap\overline{C}}\right)\right)\cup A$

Solution: $\left(\left(\overline{A\cap\overline{B}}\right)\cap\left(\overline{A\cap\overline{C}}\right)\right)\cup A = \left(\left(\overline{A}\cup\overline{\overline{B}}\right)\cap\left(\overline{A}\cup\overline{\overline{C}}\right)\right)\cup A$

$= \left(\left(\overline{A}\cup B\right)\cap\left(\overline{A}\cup C\right)\right)\cup A = \left(\overline{A}\cup\left(B\cap C\right)\right)\cup A = \left(\overline{A}\cup A\right)\cup\left(B\cap C\right) = E\cup\left(B\cap C\right) = E$

Exercice8 : (3,5pts) : $(1,5\text{pts}+1,5\text{pts})$ Soit f l'application : $\begin{array}{l} :]2;+\infty[\to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2} \end{array}$

1)Montrer que : f est injective

2)L'application $g : \begin{array}{l} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2} \end{array}$ est-elle injective ? est-elle surjective ? Justifier

Solution : Montrons que : f est injective : Soient $x_1 \in]2;+\infty[$ et $x_2 \in]2;+\infty[$

Montrons que : $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$?

Supposons que : $f(x_1) = f(x_2)$

Donc : $\frac{\sqrt{x_1}}{x_1+2} = \frac{\sqrt{x_2}}{x_2+2} \Rightarrow (x_2+2)\sqrt{x_1} = (x_1+2)\sqrt{x_2} \Rightarrow x_2\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_1} = x_1\sqrt{x_2} + 2\sqrt{x_2}$

$\Rightarrow x_2\sqrt{x_1} - x_1\sqrt{x_2} + 2\sqrt{x_1} - 2\sqrt{x_2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x_1x_2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right) - 2\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right) = 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)\left(\sqrt{x_1x_2}-2\right) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{x_2}-\sqrt{x_1} = 0 \ ou \ \sqrt{x_1x_2}-2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x_2} = \sqrt{x_1} \ ou \ \sqrt{x_1x_2} = 2 \Rightarrow x_2 = x_1 \ ou \ x_2x_1 = 4$

Or : $x_1 \in]2;+\infty[$ et $x_2 \in]2;+\infty[$ donc : $x_2x_1 \succ 4 \Rightarrow x_2x_1 \neq 4$

Donc : $\frac{\sqrt{x_1}}{x_1+2} = \frac{\sqrt{x_2}}{x_2+2} \Rightarrow x_2 = x_1$

Par suite : f est injective

2) a) Montrons que : $g : \begin{array}{l} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2} \end{array}$ n'est pas injective

On prend : $x_1 = 1 \ et \ \ x_2 = 4$: $g(1) = \frac{\sqrt{1}}{1+2} = \frac{1}{3}$ et $g(4) = \frac{\sqrt{4}}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

On a donc : $1 \neq 4$ mais : $g(1) = g(4)$

Ceci signifie que l'application g n'est pas injective

b) Montrons que : $g : \begin{array}{l} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+2} \end{array}$ n'est pas surjective

On a : $\forall x \in \mathbb{R}^+$: $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+2} \geq 0$

Donc : par exemple : $y = -1 \prec 0$ n'a pas d'antécédents par g

D'où : g n'est pas surjective

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien