http://www.xriadiat.com **DS1: H** PROF: ATMANI NAJIB

# 1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

## Devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

**LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures**

**(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com )**

**Exercice1 :** (3pts) : $\left(0,5\text{pts}\times 4+1\text{pts}\right)$ Traduisez les propositions suivantes en langage courant puis déterminer sa négation et la valeur de vérité :

1) $P:\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);\left(\exists y\in\mathbb{R}\right):x>y$

2) $P:\left(\exists x\in\mathbb{R}\right);\left(\forall y\in\mathbb{R}\right):x>y$

3) $P:\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);x^2\geq 4\Rightarrow x\geq 2$

4) $P:\left(\exists x\in\mathbb{R}\right);x^2=4$

5) $P:\left(\forall\varepsilon\succ 0\right);\left(\exists x\in\left\{1+\frac{1}{n};n\in\mathbb{N}^*\right\}\right)/\,x\prec\varepsilon+10$

**Exercice2 :** (2pts) : Montrer que : $\forall a\in\mathbb{R}^+\quad a^4+8a^3+18a^2+8a\succ 3\ \Rightarrow a+2\succ\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}}$

**Exercice3 :** (2pts) : Montrer que : $\left(\forall x\in[1;+\infty[\right)\left(\forall y\in[1;+\infty[\right):\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\leq\sqrt{xy}$

**Exercice4 :** (1,5pts) : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}:\dfrac{n+5}{n+4}\neq 1$

**Exercice5 :** (5pts) : $\left(1+2,5+1,5\text{pts}\right)$ Soit $a$ un élément de $]0,1[$

1)Montrer que : $\forall(p;q)\in\mathbb{N}^2$ « $p\leq q\Longrightarrow a^p\geq a^q$ »

2) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad a+a^2+\ldots+a^n=a\dfrac{1-a^n}{1-a}$

b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$ : $1-a^n\geq n\left(1-a\right)a^{n-1}$

3) Prends : $a=1-\dfrac{1}{n^2}$ et montrer que : "$\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ : $\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)^n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\leq 1$ "

**Exercice6 :** (1,5pts) : $\left(1+1+1\text{pts}\right)$ Soient $A$ ; $B$ ; $C$ des parties d'un ensemble E .

Monter que : $\begin{cases}A\cap C\subset B\cap C\\ A-C=B-C\end{cases}\Rightarrow A\subset B$

**Exercice7 :** (5pts) : $\left(1,5+1+2,5\text{pts}\right)$ Soit l'application : $\begin{array}{l}f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}\\ x\mapsto\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}\end{array}$

1) Montrer que f n'est pas surjective

2) Montrer que $f\left(\mathbb{R}^+\right)=\left[-\dfrac{1}{3};1\right[$

3) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $\left[-\dfrac{1}{3};1\right[$ et déterminer sa bijection réciproque

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*