

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée : 2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (3pts) : (1+1+1pts) Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes. (Justifier les réponses avec un raisonnement logique)

1) $P: (\forall x \in \mathbb{R}); (\forall y \in \mathbb{R}) x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$

2) $Q: (\forall x \in [1; +\infty[); (\forall y \in [1; +\infty[) x \times y = 1 \Rightarrow x = y = 1$

3) $R: (\forall x \in \mathbb{R}^+) \sqrt{x+1} + \sqrt{x} \geq 1$

Exercice2 : (2pts) : (0,5pts + 2pts) Soit $n \in \mathbb{N}$ considérons : $q(n) = 9n^2 + 13n + 5$

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : (3n + 2)^2 < q(n) < (3n + 3)^2$

2) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N} : \sqrt{q(n)} \notin \mathbb{N}$

Exercice3 : (2,5pts) : Montrer que : $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ : \sqrt{a+1} + \sqrt{a} > \sqrt{b+1} + \sqrt{b} \Rightarrow a > b$

Exercice4 : (3,5pts) : (0,5pts + 2pts + 1pts)

Soit f la fonction définie de \mathbb{N} vers \mathbb{N} par : $f(0) = 3$ et $f(n+1) = 2f(n) + 5$

1) a) Calculer : $f(1)$; $f(2)$

b) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : f(n) > 0$ et déduire que : $\forall n \in \mathbb{N} : f(n+1) - f(n) > 0$

2) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} / f(n) = 2^{n+3} - 5$

Exercice5 : (2pts) : Soient A ; B ; C des parties d'un ensemble E .

Montrer que : $\begin{cases} B - A = C - A \\ A \cap B = A \cap C \end{cases} \Rightarrow B = C$

Exercice6 : (2,5pts) : Soit l'application : $f :]1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x + \sqrt{x^2 - x}$

Montrer que f est injective

$: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Exercice7 : (4,5pts) : (2pts + 2pts + 0,5pts) Soit l'application $f : x \mapsto \frac{x(1-x)^2}{(1+x^2)^2}$

1) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^* f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ b) f est-elle injective ? justifier

2) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^* : f(x) \leq \frac{1}{4}$ b) f est-elle surjective ? justifier

3) f est-elle bijective ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

