

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS : Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2pts) : Ecrire la négation et donner les valeurs de vérités des propositions suivantes :

1) $P: (\forall x \in \mathbb{R}) : x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$

2) $Q: (\exists x \in \mathbb{R}) : x < 2 \Rightarrow x^2 \geq 2019$

Exercice2 : (2,5pts) : (1,5pts + 0,5pts + 0,5pts)

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* : 2^{10n-7} + 3^{5n-2} - 2$ est un multiple de 11

Exercice3 : (2,5pts) : Montrer par disjonction des cas que : $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n^{2024} + 1 + (n+1)^{2025}}{2} \in \mathbb{N}$

Exercice4 : (6pts) : (1,5pts + 1,5pts + 1,5pts + 1,5pts)

1) Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : a \in \mathbb{Q} \text{ et } b \notin \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \notin \mathbb{Q}$

2) Déterminera la négation de la propositions $P: (\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : a \notin \mathbb{Q} \text{ et } b \notin \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \notin \mathbb{Q}$ et étudier la valeur de vérité de la proposition : P

3) Soit : $k \in \{3; 5; 7; 11; 13; 15\}$; Supposons que : $\sqrt{k} \in \mathbb{Q}$

a) Montrer qu'il existe $(a; b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$: tel que : $a \wedge b = 1$ et $\frac{k-1}{8} = \frac{a^2-1}{8} - \frac{b^2-1}{8} k$

b) Montrer que : $\frac{a^2-1}{8} \in \mathbb{N}$ et $\frac{b^2-1}{8} \in \mathbb{N}$

c) Trouver une contradiction et conclure

4) Montrer que : $P: (\forall a \in \mathbb{Q}^+)(\forall b \in \mathbb{Q}^+) : \sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{Q}^+ \Rightarrow \sqrt{a} \in \mathbb{Q} \text{ et } \sqrt{b} \in \mathbb{Q}$

Exercice5 : (2pts) : Soient A ; B et C des parties d'un ensemble non vide E

Monter que : $\begin{cases} A \cap C \subset B \cap C \\ A - C \subset B - C \end{cases} \Leftrightarrow A \subset B$

$$f : [1; +\infty[\rightarrow [2; +\infty[$$

Exercice6 : (5pts) : (1pts + 1pts + 1pts + 2pts) Soit l'application :

$$x \mapsto x + \frac{1}{x}$$

1) Calculer : $f(1)$ et $f(2)$

2) Montrer que f est injective

3) Montrer que f est surjective

4) Montrer que f est bijective et Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f .

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

