http://www.xriadiat.com **DS1: D** PROF: ATMANI NAJIB

# 1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

## Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

**LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS**

**Durée :2 heures**

**(La correction voir http://www.xriadiat.com )**

**Exercice1 :** $(5\text{pts})$ : $(1\text{pts}\times 3+2)$ : On considère les propositions suivantes :

$P:(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R}): xy+2y+x+2=0$ et $Q:(\forall n\in\mathbb{N}^*): \sqrt{n(n+1)+1}\in\mathbb{N}$

$R:(\forall(a;b;c)\in\mathbb{R}): \left[\left|\frac{a+b}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right|\prec c\Rightarrow |a|\prec c \; et \; |b|\prec c\right]$

1) Déterminer la valeur de vérité de $P$

2) Ecrire la négation des propositions $P$ et $Q$ et $R$

3) Montrer que la proposition $Q$ est fausse

4) Montrer que la proposition $R$ est vraie

**Exercice2 :** $(2\text{pts})$ : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}$

$x\neq y \; et \; x+y\neq 1\Rightarrow \sqrt{x^2-x+1}\neq\sqrt{y^2-y+1}$

**Exercice3 :** $(2\text{pts})$ : Soient $(x;y;z)\in\mathbb{Q}^3$ tels que : $x(y+z)+y(x+z)+z(x+y)=18$

Montrer que : $x\neq y$ ou $y\neq z$ ou $z\neq x$

**Exercice4 :** $(2{,}5\text{pts})$ : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$ ;

$$S_n=\sum_{k=1}^{k=n}(-1)^{k-1}k^2=1^2-2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)}{2}(-1)^{n+1}.$$

**Exercice5** : $(2{,}5\text{pts})$ : Soient les ensembles : $A=\left\{\frac{\pi}{4}+2\frac{k\pi}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}$ $B=\left\{\frac{\pi}{2}+2\frac{k\pi}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}$

Monter que : $A\cap B=\varnothing$

**Exercice6 :** $(6\text{pts})$ : $(2\text{pts}+1\text{pts}+1{,}5\text{pts}+1{,}5\text{pts})$ Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto \dfrac{x}{1+|x|}\end{array}$

1) a) Montrer que : $f(\mathbb{R})\subset\,]-1,1[$ :

b) $f$ est-elle surjective ?

c) Déterminer : $f^{-1}\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right)$ ; $f^{-1}(\{3\})$

2) Montrer que : $f^{-1}\left(\left[0,\frac{1}{2}\right]\right)=[0,1]$

3) Montrer que $f$ est injective

4) Montrer que $f$ est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $]-1,1[$ et Déterminer sa bijection réciproque. $f^{-1}$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*