

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (3pts) : (1pts×3) Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes. (Justifier vos réponses).

1) P : « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); 2x^2 + xy + 5y^2 \neq 0$ »

2) Q : « $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); x - y = 2 \Rightarrow x > 2$ »

3) R : « $(\forall n \in \mathbb{N}^*) / \sqrt{4n^2 + 5n} \notin \mathbb{N}$ »

Exercice2 : (2pts) : (0,5pts×4)

On considère les assertions suivantes :

P : $(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2) : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

1) Ecrire la négation de P

2) Soit f l'application de : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tel que :

$(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) = x^2 + 2x + 2$

Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(-x-2) = f(x)$

3) Est ce que : P est vraie ?

Justifier votre réponse

4) Que peut-on dire de l'application f ?

Exercice3 : (1 ,5pts) :

Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :

$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2; (xy^2 - x^2y = y - x \Rightarrow x = y \text{ ou } xy = 1)$

Exercice4 : (5pts) Soient $x \in \mathbb{R}^{**}; y \in \mathbb{R}^{**}$:

On pose : $A = \left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)$; $x + y = 1$ et $a = \frac{1}{\sqrt{xy}}$

1) a) Montrer que :

$(\forall (x; y) \in (\mathbb{R}^{**})^2) : \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

b) Dédire que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2a$

2) Montrer que : $A \geq (a+1)^2$

3) Dédire que : $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right) \geq 9$

Exercice5 : (1,5pts) :

$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2$: Montrer que :

$|2x^2 + 5xy + 3y^2| \leq 3 \Rightarrow |x+y| \leq \sqrt{3} \text{ ou } |2x+3y| \leq \sqrt{3}$

Exercice6 : (2pts)

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ et $\forall a \in \mathbb{R}^* - \{-1\}$

$S_n = \sum_{k=0}^{k=2n} (-1)^k a^k = \frac{a^{2n+1} + 1}{a + 1}$.

Exercice7 : (5pts) : (1pts+1pts+1pts+2)

Soient les ensembles :

$E = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - xy - 2y^2 = 0\}$;

$F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x + y = 0\}$

$H = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y^2 - 2y(x+1) + 2x = 0\}$

1) Montrer que : $F \subset E$

2) Déterminer y de \mathbb{R} tel que : $(1; y) \in E$

Est-ce que on a $E \subset F$?

3) Montrer que : $E = F \cup G$ ou G est un ensemble à déterminer

4) Soient les ensembles :

$A = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = x + 1 + \sqrt{x^2 + 1} = 0\}$;

$B = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = x + 1 - \sqrt{x^2 + 1} = 0\}$

a) Montrer que : $H = A \cup B$

b) Déterminer : $H \cap F$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

