

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (9pts) : (1,5pts×6) Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

1) P_1 : « $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 6n+5$ est un nombre premier »

2) P_2 : « $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{4n+3}{6} \notin \mathbb{N}$ »

3) P_3 : « $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\} ; x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{x+1} \neq 1$ »

4) P_4 : « $\forall x \in \mathbb{R} : |x-2| \leq x^2 - 2x + 3$ »

5) P_5 : « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) ; 0 < y^2 - x - 1$ »

6) P_6 : « $\forall n \in \mathbb{N} ; 2^n \geq 1+n$ »

Exercice2 : (4pts) : (1pts×4) Soient : $x \in \mathbb{R}^+$ et $y \in \mathbb{R}^+$ tel que : $x + y = 1$

1) Montrer que : $(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2) : a^2 + b^2 \geq 2ab$

2) a) Montrer que : $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+1} = \frac{1-xy}{(x+1)(y+1)}$

b) Montrer que : $1-xy \geq \frac{3}{4}$ c) Montrer que : $\frac{1}{(x+1)(y+1)} \geq \frac{4}{9}$

3) Dédire que : si $x \in \mathbb{R}^+$ et $y \in \mathbb{R}^+$ et $x + y = 1$ alors $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+1} \geq \frac{1}{3}$

Exercice3 : (2pts) : $A = [0;1[$ et $B = \left\{ \frac{x}{x+1} / x \in \mathbb{R}^+ \right\}$

Montrons que : $A = B$

Exercice4 : (3pts) : Soit l'application $f : \left[\frac{-1}{4}; +\infty[\rightarrow \left[\frac{5}{2}; +\infty[\right.$
 $x \mapsto f(x) = \frac{5}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

Montrer que : f est bijective et déterminer sa bijection réciproque. f^{-1}

Exercice5 : (2pts) : Soit l'application $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $(n; m) \mapsto (n-m)^2$

- 1) f est-elle injective ?
- 2) f est-elle surjective ?

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
 C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

