

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°1 sur les leçons suivantes :

LA LOGIQUE ET ENSEMBLES ET APPLICATIONS

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice 1 : (9pts) : (1,5pts×6) Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

- 1) $P_1 : (\forall x \in \mathbb{R}^{**}); x + \frac{16}{x} > 8$ 2) $P_2 : \forall n \in \mathbb{N}; \frac{n+5}{n+4} \neq 1$
 3) $P_3 : \forall x \in \mathbb{R}^*; \forall y \in \mathbb{R}^* : x \neq y \Rightarrow \frac{x}{5+x} \neq \frac{y}{5+y}$ 4) $P_4 : (\forall n \in \mathbb{N}); n^2 + 3n + 2023$ est un entier impair
 5) $P_5 : \forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R} (x+3)(y-3) = (x-3)(y+3) \Rightarrow x=y$ 6) $P_6 : \forall n \in \mathbb{N}; n^3 - n$ est divisible par 3

Exercice2: (2pts) 1) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application.

Traduire les propositions suivantes à l'aide de quantificateurs puis nier les propositions :

- a) L'application f est injective b) L'application f est surjective c) L'application f est bijective
 2) Soit f L'application de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tel que : $(\forall x \in \mathbb{R}): f(x) = x^2 + 6x - 7$

On considère la proposition suivante : $Q : (\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2): x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

- a) Ecrire la négation de Q b) Calculer : $f(1)$ et $f(-7)$
 c) En déduire la valeur de vérité de la proposition Q
 d) Ecrire la contraposé de Q et donner sa valeur de vérité
 e) Que peut-on dire de l'application f

Exercice3 : 3pts(1,5pts+1,5pts) Soient $A ; B$ et C des parties d'un ensemble non vide E

Montrer que par contraposition les assertions suivantes :

- 1) $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$ 2) $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$

Exercice4 : 3pts(1,5pts+1,5pts) Soit l'application :
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^4 - 2x^2$

- 1)a) Déterminer $f^{-1}(\{0\})$ b) f est-elle injective ?
 2)a) Déterminer $f(\mathbb{R})$ b) f est-elle surjective ?

Exercice5 : 3pts(1pts+1pts+1pts) Soit l'application :
 $f :]2; +\infty[\rightarrow]5; +\infty[$
 $x \mapsto \frac{5x}{x-2}$

- 1) Montrer que f est injective 2) Montrer que f est surjective
 3) En déduire que f est bijective et déterminer sa bijection réciproque. f^{-1}

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
 C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

