http://www.xriadiat.com **DL1: J** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir libre1 de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ La logique
- ✓ ENSEMBLES ET APPLICATIONS

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Donner la négation des propositions suivantes et dire pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse.

$P:(\forall x\in\mathbb{R});\sqrt{1+x^2}-|x|\succ 0$

$Q:(\forall y\in\mathbb{R}^+)(\forall x\in\mathbb{R});y\succ x$

$R:(\exists a\in\mathbb{R}^*)(\forall x\in\mathbb{R});x^2-ax+a^2=0$

$S:(\forall x\in\mathbb{R}):(x^2-|x|+1\geq 0)\ et\ |-1\leq x\leq 1|$

$T:(\forall x\in[1;+\infty[):x^2+x-2\geq 0$

$U:(\forall x\in\mathbb{R}):(x\geq 0)\ ou\ (x\leq 0)$

Exercice2 : 1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}\quad x^2+y^2=x+y+2\Leftrightarrow x=y=1$

2)Montrer que : $\forall(x;y)\in(\mathbb{R}^*)^2\quad : x\neq y$ et $|x|<\frac{1}{4}$ et $|y-2|<\frac{1}{4}\quad\Rightarrow\frac{7}{5}<\frac{2y}{y-x}<3$

3)Montrer que : $\forall(a;b)\in(]1;+\infty[)^2\quad a\neq b\ \Rightarrow a^2-2a\neq b^2-2b$

4)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\quad ;\ 4\cos x\neq x^2-4x+12$

5) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; 4^n+6n-1 est divisible par 9

6) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}: x^6-x+1\succ 0$.

Exercice3 : (Equations avec des racines carrées)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{x}=x-2$

Exercice4 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre $m\in\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2-2(m+1)x+4=0$; (E)

Exercice5 : $A=\left\{x\in\mathbb{R}-\{-1\}/\frac{5x+1}{x+1}\prec 2\right\}$ et $B=\{x\in\mathbb{R}/|x|\prec 1\}$

Montrons que : $A\neq B$

Exercice6 : Montrons que : $\left\{k\in\mathbb{Z}/\frac{2k}{|k|+1}\in\mathbb{Z}\right\}=\{-1;0;1\}$

Exercice7 : Soient les ensembles : $A=\left\{\frac{\pi}{4}+2\frac{k\pi}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}\qquad B=\left\{\frac{\pi}{2}+2\frac{k\pi}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}$

Monter que : $A\cap B=\varnothing$

Exercice8 : Soient A ; B ; C des ensembles

Monter que : $A\cup B=A\cup C\ et\ A\cap B=A\cap C\Leftrightarrow B=C$

Exercice9 : Soient A ; B ; C des parties d'un Ensemble E ; Monter que :

1) $A=(A\cap B\cap C)\cup(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})\cup(A\cap B\cap\overline{C})$

2) $(A\cup B)\cap(B\cup C)\cap(C\cup A)=(A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(C\cap A)$

3) $A\cap\overline{B}=A\cap\overline{C}\Leftrightarrow A\cap B=A\cap C$

Exercice10 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto x^4-2x^2 \end{array}$ et $\begin{array}{l} g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto 2x+1 \end{array}$

1)a) Déterminer $f^{-1}(\{0\})$ et $g^{-1}([2;3[)$

b) f est-elle injective ?

2)a) Déterminer $f(\mathbb{R})$

b) f est-elle surjective ?

Exercice11 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+ \\ x\mapsto x+\sqrt{x} \end{array}$

f est-elle injective ?

Exercice12 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}^+\to\left]-\infty;3\right] \\ x\mapsto 3-x^2 \end{array}$

f est-elle surjective de $\mathbb{R}^+$ vers $\left]-\infty;3\right]$.

Exercice13 : Soit l'application f : $\begin{array}{l} :\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto x^2+x+2 \end{array}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(-1-x)=f(x)$

2) f est-elle injective ?

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=-\frac{1}{4}$

4) f est-elle surjective ?

5) Montrer que : $f(\mathbb{R})=\left[\frac{7}{4};+\infty\right[$

Exercice14 : Soit l'application f : $\begin{array}{l} :\left[\frac{-1}{4};+\infty\right[\to\left[\frac{5}{2};+\infty\right[\\ x\mapsto f(x)=\frac{5}{2}+\sqrt{x+\frac{1}{4}} \end{array}$

Montrer que : f est bijective et déterminer sa bijection réciproque. f^{-1}

Exercice15 : Soit l'ensemble dans : $E=\left]0;+\infty\right[$

Et soit l'application f : $\begin{array}{l} E\times E\to E\times E \\ (x;y)\mapsto\left(x\times y\ ;\ \frac{y}{x}\right) \end{array}$

1) Montrer que f est injective

2) Montrer que f est surjective

3) Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien