http://www.xriadiat.com **DL1: H** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir libre1 de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ **La logique**
- ✓ **ENSEMBLES ET APPLICATIONS**

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : 2) Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tel que : $(\forall x\in\mathbb{R}): f(x)=x^2+6x-7$

On considère la proposition suivante : P $:\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right): x\neq y \Rightarrow f(x)\neq f(y)$

1) Ecrire la négation de P
2) Calculer : $f(1)$ et $f(-7)$
3) En déduire la valeur de vérité de la proposition P
4) Ecrire la contraposé de P et donner sa valeur de vérité
5) Que peut-on dire de la fonction f ?

Exercice2 : 1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$: $\frac{1}{1+\sqrt{x}}=1-\sqrt{x}\Rightarrow x=0$

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $|x-1|\leq 2\Rightarrow |x^2+x-2|\leq 10$

3) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $|x-2|\leq 1\Rightarrow \left|\frac{2x+3}{x+2}\right|\leq 3$

4) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\forall y\in\mathbb{R}$: $x^2+y^2+xy=0 \Leftrightarrow x=y=0$

5) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$ $\sqrt{1+x^2}\neq x$

6) Montrer que : $\forall(a;b)\in\left([2;+\infty[\right)^2$: $a\neq b\Rightarrow \sqrt{1-\frac{4}{a^2}}\neq\sqrt{1-\frac{4}{b^2}}$

7) Soient : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a+b\neq 0$: Montrer que : $a\neq -2b\Rightarrow \frac{a-b}{a+b}\neq 3$

8) Montrer que $n(n+1)(n+2)$ est un multiple de 3 pour tout $n\in\mathbb{N}$.

9) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $1\times 2+2\times 3+3\times 4+...+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

Exercice3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^2-|x-2|-4=0$ 2) $\sqrt{x^2+1}=2x$

Exercice4 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}: \sqrt{9n^2+13n+5}\notin\mathbb{N}$

Exercice5 : $A=[0;1[$: et $B=\left\{\frac{x}{x+1} / x\in\mathbb{R}^+\right\}$

Montrons que : $A=B$

Exercice6 : Soient A ; B ; C des ensembles
1) Monter que : $A\subset B\subset C\Leftrightarrow A\cup B=B\cap C$
2) Monter que : $A-B=A\Leftrightarrow B-A=B$

Exercice7 : Soient les applications : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}^{*}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto x-\dfrac{1}{x} \end{array}$; $\begin{array}{l} g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto x^{2}-3x+2 \end{array}$; $\begin{array}{l} h:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto x^{2}+1 \end{array}$

1) a) Déterminer : $f\left(\{3\}\right)$ b) Montrer que $f\left(]0;2]\right)\subset\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$

2) Déterminer : $g\left(]2;3]\right)$

3)Déterminer $h^{-1}\left([5;+\infty[\right)$

Exercice8 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto \dfrac{x}{1+|x|} \end{array}$

1) Montrer que f est injective
2) f est-elle surjective ?

Exercice9 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:]1;+\infty[\to]0;+\infty[\\ x\mapsto \dfrac{2}{x-1} \end{array}$

Montrer que f est une bijection et déterminer sa bijection réciproque.

Exercice10 : Soit l'application f : $\begin{array}{l} \mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N} \\ (n;m)\mapsto(n-m)^{2} \end{array}$

1) f est-elle injective ?
2) f est-elle surjective ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien