http://www.xriadiat.com **DL1: B** **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir libre1 de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ La logique
- ✓ ENSEMBLES ET APPLICATIONS

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P:"\forall x\in\mathbb{R}/x^2>0"$

2) $P:$ $"\exists x\in\mathbb{R}/x^2-2=0"$

3) $P:\ \forall n\in\mathbb{N}/\frac{n}{2}\in\mathbb{N}""$

4) $P:(\forall x\in\mathbb{R});-1\leq\cos x\leq 1$

5) $P:(\forall n\in\mathbb{N});(\exists m\in\mathbb{N}):n\prec m$

6) $P:$ est pair$(\exists n\in\mathbb{N})\ 2n+1$

7) $P:(\forall n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\in\mathbb{N}$

8) $P:(\forall x\in\mathbb{R});(\exists y\in\mathbb{R}):y-x>0$

9) $P:(\exists! x\in\mathbb{R});2x+4=0$

10) $P:(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R}):x+y\leq 1\Rightarrow x^2+y^2\leq 2$

Exercice2 : Montrer à l'aide d'un contre-exemple que les propositions suivantes est fausses :

1) $P:"(\forall x\in]0;1[);\frac{3}{x(1-x^2)}\prec 0"$

2) « $Q:(\forall n\in\mathbb{N});n^2+n+1$ est un nombre premier »

3) « $R:(\forall x\in\mathbb{R});3\cos x\neq 2\sin^2 x$ »

Exercice3 : Montrer que : $\forall x\geq 2\ ;\forall y\geq 3:2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}=x+y\Leftrightarrow x=3\ et\ y=7$.

Exercice4 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\frac{2n+1}{2\sqrt{n(n+1)}}>1$

Exercice5 : Soient $(x;y)\in\mathbb{Q}^2$ tels que : $2xy+x^2+5y^2=16$

Montrer que : $x\neq y$

Exercice6 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1) : $|2x^2-x-6|-|x+1|-1=0\quad(1)$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (2) : $\sqrt{3x+4}=x$

Exercice7 : 1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\frac{n^2+4}{n^2+5}\notin\mathbb{N}$

2)Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{n^2+14}\notin\mathbb{N}$

Exercice8 : 1) Soit $n\in\mathbb{N}$: On pose : $U_n=(1+1)^2\times\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\times\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)^2$

1) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_{n+1}=U_n\left(1+\frac{1}{2n+3}\right)^2$

b) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_n\succ 2n+3$

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N};$ $n(n+1)(n+2)$ est divisible par 6

Exercice9 : On considère dans $\mathbb{Z}$ les deux parties suivantes :

$A=\left\{x\in\mathbb{Z}/\frac{4x^2-4x+10}{2x-1}\in\mathbb{Z}\right\}$ et $B=\left\{x\in\mathbb{Z}/\frac{x+10}{x-5}\in\mathbb{Z}\right\}$

1)a) Montrer que $(\forall x\in\mathbb{Z}-\{5\})\frac{x+10}{x-5}=1+\frac{15}{x-5}$

1)b) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{Z})\frac{4x^2-4x+10}{2x-1}=2x-1+\frac{9}{2x-1}$

2) Déterminer : A ; B ; $A-B$; $B-A$ et $A\Delta B$ en extension

3)On admet que l'opération est associative dans l'ensembles des parties de $\mathbb{Z}$: $P(\mathbb{Z})$

Résoudre dans $P(\mathbb{Z})$ l'équation : $A\Delta X = B$

Exercice10 : Soient A ; B ; C des parties d'un ensemble E .

Monter que : $\begin{cases} B-A=C-A \\ A\cap B=A\cap C \end{cases} \Rightarrow B=C$

Exercice11 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \end{array}$

1) Montrer que f n'est pas surjective

2) Montrer que $f(\mathbb{R}^+)=\left[-\frac{1}{3};1\right[$

3) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $\left[-\frac{1}{3};1\right[$ et déterminer sa bijection réciproque

Exercice12 : Soit les applications suivantes :

$f:\begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \sin(x) \end{array}$ $\quad g:\begin{array}{l} \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} \\ (n;p) \mapsto n+p \end{array}$ $\quad h:\begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \\ (x;y) \mapsto (x+3y\ ;\ x-y) \end{array}$

1) a) f est-elle injective ? b) f est-elle surjective ?

2) Montrer que g est surjective

3) Déterminer : $g(\mathbb{N}^2)$

4) Déterminer : $g^{-1}(\{2\})$

5) g est-elle injective ?

6) Montrer que h est bijective

7) Déterminer : h^{-1}

8) Déterminer : $h(\mathbb{R}^2)$ et $h^{-1}(\mathbb{R}^2)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien