1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°7 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P:\ (\exists y\in\mathbb{R});(\forall x\in\mathbb{R}):x^2\geq 10y$

2) $Q:\ (\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})/\,x+y\succ 2$

3) $R:\ (\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})/\,x^2+y\leq xy$

4) $S:\ (\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})/\,x+2y\leq 1$

5) $T:\ (\forall a\in\mathbb{R})(\exists b\in\mathbb{R})/\,a^2+2b^2\succ 4ab$

Exercice2 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P:\ (\forall x\in\mathbb{R});(\forall y\in\mathbb{R})\,x\leq y\Rightarrow x^2\leq y^2$

2) $Q:\ (\forall x\in[1.+\infty[);(\forall y\in[1.+\infty[)\,x\times y=1\Rightarrow x=y=1$

3) $R:\ (\forall x\in\mathbb{R}^+)\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\geq 1$

Exercice3 : Soit $x\in\mathbb{R}$ Montrer que : $|x-1|\leq\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{2}{5}\leq\frac{1}{x+1}\leq\frac{2}{3}$

Exercice4 : Soient a et b deux réels

Montrer que : $a\in[0;2]$ et $b\in[0;2]\Rightarrow\frac{3}{16}|a-b|\leq\left|\frac{3}{2+a}-\frac{3}{2+b}\right|\leq\frac{3}{4}|a-b|$

Exercice5 : Soient $x\in\mathbb{R}^{*+}$; $y\in\mathbb{R}^{*+}$

On pose : $A=\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)$; $x+y=1$ et $a=\frac{1}{\sqrt{xy}}$

1) a) Montrer que : $\left(\forall(x;y)\in\left(\mathbb{R}^{*+}\right)^2\right):\ \frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}$ (l'inégalité arithmético-géométrique)

b) Déduire que : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq 2a$

2) Montrer que : $A\geq(a+1)^2$

3) Déduire que : $\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\geq 9$

Exercice6 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+\quad x\neq 0\Rightarrow\sqrt{x+1}\neq 1+\frac{x}{2}$

Exercice7 : Montrer que : $\forall a\in\mathbb{R}^+$

$a^4+8a^3+18a^2+8a\succ 3\ \Rightarrow a+2\succ\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}}$

Exercice8 : Ecrire les réponses aux questions suivantes, portant sur des entiers naturels, sous La forme de proposition mathématiques (écrites avec les symboles “∀”, “et”, “ou”, “⇒”, “⇔”) et les prouver.

1) Le produit de deux nombres pairs est-il pair ?
2) Le produit de deux nombres impairs est-il impair ?
3)Le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est-il pair ou impair ?
4) Un nombre entier est-il pair si et seulement si son carré est pair ?

Exercice9 : Soient $(x;y;z)\in\mathbb{Q}^3$ tels que : $x(y+z)+y(x+z)+z(x+y)=12$

Montrer que : $x\neq y$ ou $y\neq z$ ou $z\neq x$

Exercice10 :1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $(4n+1)^2 \prec 16n^2+8n+3 \prec (4n+2)^2$

2) a) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{16n^2+8n+3}\notin\mathbb{N}$

b) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{n^2+\sqrt{4n^2+\sqrt{16n^2+8n+3}}}\notin\mathbb{N}$

Exercice11 : Montrer par récurrence que : pour tout entier $n\geq 1$: $2^n \succ n$

Exercice12 : Montrer : $\forall n\in\mathbb{N}^*; 5^n \geq 3^n + 2^n$

Exercice13 : 1) Soit $n\in\mathbb{N}$: On pose :$U_n=(1+1)^2\times\left(1+\frac{1}{3}\right)^2\times\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)^2$

1) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_{n+1}=U_n\left(1+\frac{1}{2n+3}\right)^2$

b) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_n \succ 2n+3$

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $n(n+1)(n+2)$ est divisible par 6

Exercice14 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{x\left|x^2-4\right|}{|x-2|}=2$

Exercice15 : Résoudre dans $\mathbb{R}$; l'équation suivante : $\sqrt{x-1}=x$

Exercice16 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : 1) (I_1): $1-\dfrac{x}{4}\succ\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$

Exercice17 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ et discuter suivant le paramètre m le système suivant :

$$\begin{cases}(m+1)x+3y=m\\ 3x+(m+1)y=2\end{cases}\quad (I)$$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien