1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°6 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : On considère les assertions suivantes P :"$\left(\forall x\in\left]0;+\infty\right[\right):1+x\geq 2\sqrt{x}$ et $\frac{x}{1+x^2}\leq\frac{1}{2}$"

Q :"$\left(\forall x\in\left]0;+\infty\right[\right):x+\frac{1}{x}\succ 2$ ou $x^2+x\prec 1$"

1) Montrer que P est une assertion vraie
2) Déterminer : $\overline{P}$
3) Montrer que Q est une assertion fausse

Exercice 2 : On considère la proposition suivante : $P;\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):x^2=36\Rightarrow x=6$

1) Ecrire la négation de P
2) Déterminer la valeur de vérité de P

Exercice 3 : Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1) $P:\left(\exists x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists x\in\mathbb{R}\right);x+y=1$
2) $Q:\left(\forall x\in\{1;2\}\right)\left(\exists y\in\{-2;-1;0\}\right)/\,x+y=0$
3) $R:\left(\forall x\in\{-2;-1;0\}\right)\left(\exists y\in\{1;2\}\right)/\,x+y=0$

Exercice 4 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $x^2+1\succ 0$

Exercice 5 : $x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R}$

Montrer que : $\begin{cases}0\leq x\prec 2\\0\leq y\prec 2\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\succ 1$

Exercice 6 : x ; y $\in\mathbb{R}$: Montrer que : $x^2=y^2\Rightarrow|x|=|y|$

Exercice 7 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}:x^2\neq 3\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{x^2+1}}\neq 1$

Exercice 8 : $x\neq -5$: Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $x\notin\left[-1;4\right]\Rightarrow x^2-3x-4>0$

Exercice 9 : Montrer par un Raisonnement par équivalence que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$

$\sqrt{x+1}=1+\frac{x}{2}\Leftrightarrow x=0$

Exercice 10 : Montrer que Les propositions suivante sont fausses :

1) $P:\left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\forall y\in\mathbb{R}\right):x^2+y^2\geq x+y$
2) $Q:\left(\forall x\in\left[0;1\right]\right):x^2\geq x$
3) R:«Tout entier positif est somme de trois carrés »
4) $M:\forall\left(a;b;c;d\right)\in\mathbb{R}^4;\begin{cases}a\neq b\\c\neq d\end{cases}\Rightarrow a+c\neq b+d$
5) $N:\left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\left(\exists y\in\mathbb{R}\right):x^2-xy+y^2=0$

Exercice 11 : Montrer que : $\forall\left(a;b;c\right)\in\mathbb{R}^3$; $a^2+b^2+c^2\geq a\times b+a\times c+b\times c$

Exercice 12 : Soit $(a;b;c)\in\left(\mathbb{R}^{+*}\right)^3$ tel que : $a+b+c=1$

1) Montrer que : $\forall(a;b)\in\left(\mathbb{R}^{+*}\right)^2$; $\dfrac{a^2+b^2}{ab}\geq 2$

2) Déduire que : $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$

3) Montrer que : $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\geq 9$

Exercice 13 : Soit f la fonction définie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{N}$ par : $f(0)=3$ et $f(n+1)=2f(n)+5$

1)a) Calculer : $f(1)$; $f(2)$

b) Démontrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $f(n)\succ 0$ et déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $f(n+1)-f(n)\succ 0$

2) Montrer par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}\,/\,f(n)=2^{n+3}-5$

Exercice 14 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$;7 divise $4^{2n}-3^{2n}$

Exercice 15 : (Récurrence) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $\displaystyle\sum_{p=1}^{n}\frac{1}{p(p+1)}=\frac{n}{n+1}$.

Exercice 16 : 1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; n^2+1 n'est pas un carré parfait.

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{4n^2+5n+3}\notin\mathbb{N}$

3) Soit $n\in\mathbb{N}^*$; Montrer que si n est un carré parfait, alors $2n$ ne peut pas être un carré parfait.

Exercice 17 : 1) Montrer par disjonction des cas que :

1) $\forall n\in\mathbb{N}: n^2+n+1$ est un nombre impair.

2) $\forall x\in\mathbb{R}: \sqrt{x^2+1}+\dfrac{1}{2}(x+2)\succ 0$

3) $\forall x\in\mathbb{R}: |x-1|\leq x^2-x+1$

Exercice18 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1): $\sqrt{x+3}=x+1$

Exercice 19 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I_1): $\sqrt{5x^2+1}\succ 2x-1$

Exercice 20 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre $m\in\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$x^2-2(m+1)x+4=0$; (E)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien