1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°4 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*
La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation des propositions suivantes et dire pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse.

$P:(\forall x\in\mathbb{R});\sqrt{1+x^2}-|x|\succ 0$

$Q:(\forall y\in\mathbb{R}^+)(\forall x\in\mathbb{R});y\succ x$

$R:(\exists a\in\mathbb{R}^*)(\forall x\in\mathbb{R});x^2-ax+a^2=0$

$S:(\forall x\in\mathbb{R}):(x^2-|x|+1\geq 0)\ et\ |-1\leq x\leq 1|$

$T:(\forall x\in[1;+\infty[):x^2+x-2\geq 0$

$U:(\forall x\in\mathbb{R}):(x\geq 0)\ ou\ (x\leq 0)$

Exercice2 : Compléter les énoncés suivants pour avoir des propositions vraies

1) $(\forall x\in\mathbb{R}^+);\sqrt{x}>2\Leftrightarrow$ ....

2) $(\forall x\in\mathbb{R});x^2\leq 16\Leftrightarrow$ ....

3) $(\forall x\in\mathbb{R}^*);\frac{1}{x}\prec x\Leftrightarrow$ ....

4) $(\forall x\in\mathbb{R});x^2\leq x\Leftrightarrow$ ....

Exercice3 : Exprimer à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1) Le dénominateur D de f s'annule au moins une fois sur $\mathbb{R}$
2) Le graphe de f coupe la droite d'équation y = x.
3) Pour tout point M du plan (P), M est sur le cercle C de centre Ω et de rayon R si et seulement si la distance de ΩM à vaut R.
4) L'équation $x^2=3$ n'admet aucune solution rationnelle.
5) Il existe un réel plus petit que tous les réels.
6) Pour tout nombre réel x, il existe un unique entier relatif p tel que : $p\leq x\prec p+1$
7) Tout entier naturel : s'il est divisible par 4 alors c'est un nombre pair.

Exercice4 : Soit f : $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ une application.

Nier les assertions suivantes :

1) $(\forall x\in\mathbb{R})/f(x)\neq 0$

2) $(\forall M\succ 0);(\exists A\geq 0);\forall x\succ A;f(x)\succ M$

3) $(\forall x\in\mathbb{R});f(x)\succ 0\Rightarrow x\leq 0$

4) $(\forall\varepsilon\succ 0);(\exists\alpha\succ 0)(\forall(x;y)\in I^2):|x-y|\leq\alpha\Rightarrow|f(x)-f(y)|\leq\varepsilon$

Exercice5 : Montrer que : $\forall x\geq 1\ ;\forall y\geq 1:x^2+y^2+xy-x-y-1=0\Rightarrow x=y=1$.

Exercice6 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}$

$x\neq y\ et\ x\times y\neq 2\Rightarrow x^2y-xy^2+2x-2y\neq 0$

Exercice7 : Montrer que : $\forall x\geq 0\ ;\forall y\geq 1;\forall z\geq 2$:.

$$x\neq 1\ ou\ y\neq 2\ ou\ z\neq 3\Rightarrow\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}\neq\frac{x+y+z}{2}$$

Exercice8 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+:\sqrt{x+8}+\sqrt{x+3}=5\Leftrightarrow x=1$.

Exercice9 : Montrer que : $\forall x \succ 0$ **;** $x+\frac{1}{x}\geq 2$

Exercice10 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^2-x+3$

Montrer que : f n'est ni pair ni impair

Exercice11 : Montrer que le système suivant n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}^2$: (S) : $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 3y-2x=3 \end{cases}$

Exercice12 : Montrer par l'absurde que : $\forall x\in\mathbb{R}: \frac{2x^2+1}{1+x^2}\neq 2$

Exercice13 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\sqrt{\frac{n}{n+1}}\notin\mathbb{N}$

Exercice14 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}: \sqrt{9n^2+13n+5}\notin\mathbb{N}$

Exercice15 : Soient $(x;y;z)\in\mathbb{Q}^3$ tels que : $x(y+z)+y(x+z)+z(x+y)=18$

Montrer que : $x\neq y$ ou $y\neq z$ ou $z\neq x$

Exercice16 : Montrer par récurrence que : pour tout entier $n\geq 4$: $2^n\geq n^2$

Exercice17 : Montrer que : $\forall n\geq 2$; ${}^{9}\!/\!_{4^n}-3n-1$

Exercice18 : Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$: $\sum_{p=1}^{n} p\left(\frac{4}{5}\right)^p=\frac{4\times 5^{n+1}-(5+n)4^{n+1}}{5^n}$.

Exercice19 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations suivante : $3x|x+1|+x-2=0$

Exercice20 : Résoudre dans $\mathbb{R}$; l'équation suivante : $\sqrt{x-3}=-x+5$

Exercice21 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}: x^6-x+1\succ 0$.

Exercice22 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre $m\in\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$x^2-2(m+1)x+4=0$; (E)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien