1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°3 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Déterminer parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies :

1) 136 est un multiple de 17 et 2 divise 167.

2) 136 est un multiple de 17 ou 2 divise 167.

3) $(\exists x\in\mathbb{R};x+1=0)\ et\ (\exists x\in\mathbb{R};x+2=0)$

4) $(\forall x\in\mathbb{R};x+1\neq 0)\ ou\ (\forall x\in\mathbb{R};x+2\neq 0)$

5"$(\exists x\in\mathbb{R}^*)(\forall y\in\mathbb{R}^*)(\forall z\in\mathbb{R}^*):z-xy=0$"

6) "$(\forall y\in\mathbb{R}^*)(\exists x\in\mathbb{R}^*)(\forall z\in\mathbb{R}^*):z-xy=0$"

7) "$(\forall y\in\mathbb{R}^*)(\forall z\in\mathbb{R}^*)(\exists x\in\mathbb{R}^*):z-xy=0$"

8) "$(\forall a\in\mathbb{R})(\forall \varepsilon\succ 0):|a|\prec\varepsilon$"

9) "$(\forall \varepsilon\succ 0)(\exists a\in\mathbb{R}):|a|\prec\varepsilon$"

10) « 89 est un nombre premier »

11) « $(25^3+24^3)^7$ est impair »

12) « Le nombre de diviseurs positifs de 72 est 12 diviseurs »

Exercice2 : Soit P et Q deux propositions.

Montrer que les propositions : " $non(P\Rightarrow Q)$ " et " $P\ et\ \overline{Q}$ "sont équivalentes.

Exercice3 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) P: « $(\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R});3x^2-xy+4y^2\neq 0$ »

2) Q: « $(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R});x-y=1\Rightarrow x\succ 1$ »

3) R: « $(\forall n\in\mathbb{N})/\sqrt{n^2+2n}\notin\mathbb{N}$ »

Exercice4 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;|x-1|\leq\frac{1}{2}\Rightarrow\left|\frac{x-1}{2x+1}\right|\leq\frac{1}{4}$

Exercice5 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}\ :x+y=1+xy\Rightarrow x=1\ ou\ y=1$.

Exercice6 : Soient : $x\in\mathbb{R}^+\ \ et\ \ y\in\mathbb{R}^+$

Montrer que : $x\neq y\ et\ xy\neq 4\Rightarrow\frac{\sqrt{x}}{x+2}\neq\frac{\sqrt{y}}{y+2}$

Exercice7 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}$: $x\neq y\ et\ x\times y\neq 1\Rightarrow\frac{x}{x^2+x+1}\neq\frac{y}{y^2+y+1}$

Exercice8 : Montrer que : $\forall x\geq 1\ ;\forall y\geq 4:\sqrt{x-1}+2\sqrt{y-4}=\frac{x+y}{2}\Rightarrow x=2\ et\ y=8$.

Exercice9 : Montrer par l'absurde que : $\forall x\in\mathbb{R}:\cos x\times\sin x\neq 1$

Exercice10 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}:\sqrt{4n+2026}\notin\mathbb{N}$

Exercice11 : Montrer que : $n\in\mathbb{N}\Rightarrow\frac{n+1}{n+2}\notin\mathbb{N}$

Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1): $x^2-|x-2|+5=0$

Exercice13 : (Equations avec des racines carrées)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{x} = x - 2$

Exercice14 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : (I): $\sqrt{3-x} + x \prec 0$

Exercice15 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (1): $|x-1| + 2x - 3 \geq 0$

Exercice16 : $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$; Montrer que : $|x-y| \leq 2\sqrt{x^2+y^2+xy}$

Exercice17 : 1) Montrer que :$\left(\forall (a;b) \in \left(\mathbb{R}^+\right)^2\right)$: $a+b=0 \Leftrightarrow a=0$ et $b=0$

2) Montrer que : $\left(\forall (a;b) \in \left(\mathbb{R}^+\right)^2\right)$ $\sqrt{a+1} - \sqrt{b+1} \prec \sqrt{a} - \sqrt{b} \Leftrightarrow a \succ b$

3) $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$; Montrer que : $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+1} = 2 \Leftrightarrow x = y = 0$

4)a) Soit : $(a;b) \in \left(\mathbb{R}^*\right)^2$ Montrer que :$\left(a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}\right) \Leftrightarrow \left(a = b \text{ ou } a = \frac{1}{b}\right)$

b) Déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E) : $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$

Exercice18 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $n^3 - n$ est divisible par 3

Exercice19 : 1) Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\forall a \in \mathbb{R}_+^*$; $(1+a)^n \geq 1 + na$ (Inégalité de Bernoulli).

2) En déduire que : a)$\forall n \in \mathbb{N}$; $2^n \geq 1+n$ b)$\forall n \in \mathbb{N}$; $3^n \succ n$ c)$\forall n \in \mathbb{N}^*$; $(1+n)^n \geq 2n^n$

Exercice20 : Montrer que :$\forall n \in \mathbb{N}^*$; $13/2^{4n} - 3^n$

Exercice21 : Montrer que :$\forall n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n \times (n+1)}{2(2n+1)}$.

Exercice22 : On considère dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(I) \begin{cases} (m+1)x + 3y = m \\ 3x + (m+1)y = 2 \end{cases}$

On va utiliser la Méthode des déterminants pour Résoudre ce système

1)a) Vérifier que : le déterminant du système est : $\Delta = (m-2)(m+4)$

b) En déduire les valeurs de m pour lesquelles $\Delta = 0$

2) Vérifier que : $\Delta_x = (m-2)(m+3)$ et $\Delta_y = -(m-2)$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ et discuter suivant le paramètre m le système : (I)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB