http://www.xriadiat.com/

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction Série N°22 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

PROF: ATMANI NAJIB

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

1) P_1 : « $(\forall n \in \mathbb{N})$; $6n+5$ est un nombre premier »

2) P_2 : « $\forall n \in \mathbb{N}$: $\frac{4n+3}{6} \notin \mathbb{N}$ »

3) P_3 : « $\forall x \in \mathbb{R}-\{-1\}$; $x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{x+1} \neq 1$ »

4) P_4 : « $\forall x \in \mathbb{R} : |x-2| \leq x^2-2x+3$ »

5) P_5 : « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) ; 0 \prec y^2-x-1$ 6) P_6 :« $\forall n \in \mathbb{N}$; $2^n \geq 1+n$ »

Exercice2 : Soit f : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application ; Nier les assertions suivantes :

1) $(\forall x \in \mathbb{R}) / f(x) \neq 0$

2) $(\forall M \succ 0);(\exists A \geq 0);\forall x \succ A; f(x) \succ M$

3) $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) \succ 0 \Rightarrow x \leq 0$

4) $(\forall \varepsilon \succ 0);(\exists \alpha \succ 0)(\forall (x;y) \in I^2) : |x-y| \leq \alpha \Rightarrow |f(x)-f(y)| \leq \varepsilon$

Exercice3 : S'il pleut, Ali prend un parapluie"
"Salah ne prend jamais de parapluie s'il ne pleut pas et en prend toujours un quand il pleut". dir s'il pleut ou s'il ne pleut pas de ces affirmations dans les différentes situations ci-dessous ? Justifier soigneusement vos réponses en introduisant 3 propositions logiques P, Q et R.

1) Ali se promène avec un parapluie.
2)Ali se promène sans parapluie.
3) Salah se promène avec un parapluie.
4) Salah se promène sans parapluie.
5)Il ne pleut pas.
6) Il pleut.

Exercice4 : Compléter les énoncés suivants pour avoir des propositions vraies

1) $(\forall x \in \mathbb{R}^+); \sqrt{x} \geq 5 \Leftrightarrow$ ....

2) $(\forall x \in \mathbb{R}); -2x^2 \prec 100 \Leftrightarrow$ ....

3) $(\forall x \in \mathbb{R}^*); \frac{1}{x} \prec x \Leftrightarrow$ ....

4) $(\forall x \in \mathbb{R}); x^2 \leq x \Leftrightarrow$ ....

Exercice5 : Déterminer les réels x pour lesquels l'assertion suivante est vraie :
"$(\forall y \in [0,1]) : x \geq y \Rightarrow x \geq 2y$"

Exercice6 : $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tel que : $a \in]-1;1[$ et $b \in]-1;1[$

1) Montrer que : $-1 \prec \frac{a+b}{1+ab} \prec 1$

2) Montrer que : $|a+b| \leq |1+ab|$

Exercice7 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$; $\frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}}>1$

Exercice8 : 1) Montrer que : $\forall(x;y)\in([0;+\infty[)^2$; $x+y\geq 2\sqrt{xy}$

2) Déduire que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$; $x+\frac{1}{x}\geq 2$

3) Déduire que : $\forall(a;b)\in(\mathbb{R}_+^*)^2$; $\frac{a^2+1}{b}+\frac{b^2+1}{a}\geq 4$

Exercice9 : En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que :

1) $\left(\forall x\in\left]\frac{3}{2};+\infty\right[\right)\left(y\in\left]\frac{3}{2};+\infty\right[\right) : x\neq y\Rightarrow x^2-3x\neq y^2-3y$

2) Soient $x;y$ *et* z trois réels. Montrer que : $x+y\succ z\Rightarrow x\succ\frac{z}{2}$ *ou* $y\succ\frac{z}{2}$

3) $[\forall x\in\mathbb{R}: a\prec x\Rightarrow b\prec x]\Rightarrow b\leq a$

4) $\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2$: $\left(x\neq\frac{1}{\sqrt{2}}\ et\ y\neq\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\Rightarrow\left(xy\sqrt{2}-x-y+\sqrt{2}\neq\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Exercice10 : Utiliser le raisonnement par disjonction de cas et montrer que :

1) Si n est non divisible par 3 alors n^2-1 est divisible par 3

2) Déduire que : $\forall(a;b)\in\mathbb{N}^2$; $ab(a^2-b^2)$ est divisible par 3

Exercice11 : Soit $n\in\mathbb{N}$ considérons : $P(n)=n^2+4n+7$

1)Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}:(n+2)^2<P(n)<(n+3)^2$

2)En déduire que $\forall n\in\mathbb{N}$: $\sqrt{P(n)}\notin\mathbb{N}$

Exercice12 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^*:\sqrt{4+2x^2}\neq 2+\frac{x^2}{2}$

Exercice13 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $3^{5n}+4^{5n+2}+5^{5n+1}$ est un multiple de 11

Exercice14 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}(-1)^{k-1}k^2=1^2-2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)}{2}(-1)^{n+1}$.

Exercice15 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}^*:\sqrt{n^2+n}\notin\mathbb{N}$

Exercice16 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}:\frac{4n+3}{6}\notin\mathbb{N}$

Exercice17 : Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{N}^*:\sqrt{\frac{n}{n+2}}\notin\mathbb{Q}$

Exercice18 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $(I)\ 3\frac{x}{2}-1\succ-\sqrt{\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}+5}$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien