http://www.xriadiat.com/

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

**Correction Série N°21 :** *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

**PROF: ATMANI NAJIB**

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/ )

**Exercice 1 :** Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1) Si Marrakech et en France alors : 3 − 2 = 2.
2) Soit Marrakech et en France, soit les grenouilles aboient ;
3) Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes ;
4) Si l'homme est un quadrupède, alors il parle ;
5) Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs ;
6) Marrakech est au Maroc ou Madrid est en chine.

**Exercice 2 :** Soit $P \ et \ Q$ deux propositions.

Montrer que les propositions : " $non(P \Rightarrow Q)$ " et " $P \ et \ \overline{Q}$ " sont équivalentes.

**Exercice 3 :** Déterminer la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes et (justifier vos réponses avec un raisonnement bien précis) :

1) $P_1 : (\forall x \in \mathbb{R}^{*+}) ; x + \dfrac{16}{x} \succ 8$

2) $P_2 : \forall n \in \mathbb{N} : \dfrac{n+5}{n+4} \neq 1$

3) $P_3 : \forall x \in \mathbb{R}^* ; \forall y \in \mathbb{R}^* : x \neq y \Rightarrow \dfrac{x}{5+x} \neq \dfrac{y}{5+y}$

4) $P_4 : (\forall n \in \mathbb{N}) ; n^2 + 3n + 2023$ est un entier impair

5) $P_5 : \forall x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \mathbb{R} \ (x+3)(y-3) = (x-3)(y+3) \Rightarrow x = y$

6) $P_6 : \forall n \in \mathbb{N} ; n^3 - n$ est divisible par 3

**Exercice 4 :** Montrer que : $\forall (a;b) \in \mathbb{N}^{*2} : (b > a \Rightarrow b^2 - a^2 \geq 3)$

**Solution :** Utilisons un Raisonnement par implications :

Soit : $(a;b) \in \mathbb{N}^{*2}$ ; Supposons que : $b > a$ et Montrons que : $b^2 - a^2 \geq 3$

On a : $b > a \Rightarrow b \geq a+1 \Rightarrow b^2 \geq (a+1)^2 \Rightarrow b^2 \geq a^2 + 2a + 1 \Rightarrow b^2 - a^2 \geq 2a + 1$

Or : $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a \geq 1 \Rightarrow 2a \geq 2 \Rightarrow 2a + 1 \geq 3$

Alors : $b^2 - a^2 \geq 2a + 1 \geq 3$ c'est-à-dire : $b^2 - a^2 \geq 3$

Conclusion : $\forall (a;b) \in \mathbb{N}^{*2} : (b > a \Rightarrow b^2 - a^2 \geq 3)$

**Exercice 5 :** Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : \sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} \in \mathbb{N}$

**Exercice 6 :** Montrer par disjonction des cas que : $\forall n \in \mathbb{N} : \dfrac{n^{2024} + 1 + (n+1)^{2025}}{2} \in \mathbb{N}$

**Exercice 7 :** $\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2$ : Montrer que : $|2x^2 + 5xy + 3y^2| \leq 3 \Rightarrow |x+y| \leq \sqrt{3} \ ou \ |2x+3y| \leq \sqrt{3}$

**Exercice 8 :** Montrer par équivalence que : $\forall (a;b;c) \in \mathbb{R}^3 ; a^2 + b^2 + c^2 \geq a \times b + a \times c + b \times c$

**Exercice 9 :** 1) a) Montrer que : $\left(\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2\right):|a+b|\leq|a|+|b|$

b) Déduire que : $\left(\forall(a;b;c)\in\mathbb{R}^3\right):\left|\frac{a+b}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right|\prec c\Rightarrow|a|\prec c \text{ et } |b|\prec c$

2) Montrer que : $\left(\forall x\in[1;+\infty[\right)\left(\forall y\in[1;+\infty[\right):\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\leq\sqrt{xy}$

**Exercice 10 :** Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$ et $\forall a\in\mathbb{R}^*-\{-1\}$ $S_n=\sum_{k=0}^{k=2n}(-1)^k a^k=\frac{a^{2n+1}+1}{a+1}$.

**Exercice 11 :** Soit $n\in\mathbb{N}$ considérons : $q(n)=9n^2+13n+5$

1)Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}:(3n+2)^2<q(n)<(3n+3)^2$

2)En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}:\sqrt{q(n)}\notin\mathbb{N}$

**Exercice 12 :** Montrer par l'absurde que : $\forall n\in\mathbb{Z}:\frac{8n+2025}{10}\notin\mathbb{Z}$

**Exercice13 :** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante $(I)$: $\sqrt{x+4}\succ x+1$

**PROF: ATMANI NAJIB**

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*
*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*