1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°20 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*
(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation des propositions suivantes :

$P:(\exists m\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R}^{+});\frac{1+\sqrt{x}}{2}\leq m$ $Q:((\forall x\in\mathbb{R}^{+})(\forall y\in\mathbb{R}^{+});x+y\succ xy$

$R:(\forall x\in\mathbb{R});\frac{x}{1+x^2}\leq\frac{1}{2}$ $S:(\forall x\notin\mathbb{Q});x+\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$

$T:(\exists x\notin\mathbb{Q})(\exists y\notin\mathbb{Q});xy\in\mathbb{Q}$ $U:(\forall a\in\mathbb{R})(\exists b\in\mathbb{R}):a^2+b^2=1$

Exercice2 : Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes et donner leurs négations des 4 premiers propositions :

1) $P_1:(\forall x\in\mathbb{Z})(\exists y\in\mathbb{Z});x-y=2024$
2) $P_2:(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in]-\infty;2[);3x^2y-x+2y=0$
3) $P_3:(\forall x\in[0;2])(\exists y\in[0;1]);xy-x+2y-1=0$
4) $P_4:(\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R});x+2023\prec y^2$
5) $P_5:(\exists! x\in[-1;0]):x^2+4x+1=0$

Exercice3 : Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1) $P:(\exists x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R});x+y=1$
2) $Q:(\forall x\in\{1;2\})(\exists y\in\{-2;-1;0\})/\ x+y=0$
3) $R:(\forall x\in\{-2;-1;0\})(\exists y\in\{1;2\})/\ x+y=0$

Exercice4 : 1) Montrer que : les assertions : $P\wedge\overline{Q}$ et $\overline{P\Rightarrow Q}$ sont équivalentes

2) Soit la proposition suivante : R "$(1=2)\Rightarrow(2=3)$"

Donner la négation la valeur de vérité de la proposition R

Exercice5 : Choisir la bonne réponse ?
Quelle est la négation de « Je vais à la plage et il pleut » ?
A. Je ne vais pas à la plage et il pleut B. Je vais à la plage et il ne pleut pas
C. Je vais à la plage ou il pleut D. Je ne vais pas à la plage ou il ne pleut pas

Exercice6 : Quelle est la négation de « Certains chiens mordent » ?
A. Tous les chiens mordent B. Aucun chien ne mord
C. Certains chiens ne mordent pas D. Il existe un chien qui ne mord pas

Exercice7 : Quelle est la négation de « Si tu me parles alors je t'écoute »

Exercice8 : 1) Quelle est la négation de « Tous les étudiants sont sérieux. » ?
2) Quelle est la négation de « Les employés sont tous présents et appliqués. » ?

Exercice9 : Les footballeurs français portent un maillot bleu.
Un joueur porte un maillot Vert, est-ce un footballeur français ?
A. oui B. non C. on ne peut pas savoir

Exercice10 : 1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}$

$\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{y^2-y+1}\Rightarrow x=y\ ou\ x+y=1$

Exercice11 : $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$

Montrer que : $x\neq 3\ et\ y\neq 3\Rightarrow 3x+3y-xy-3\neq 6$

Exercice12 : $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$

Montrer que : $x \neq y \Rightarrow (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$

Exercice13 : $x \neq -5$: Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$: $x \notin]-\infty;-3[$ et $x \notin \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ $\Rightarrow 2x^2+5x-3 \leq 0$

Exercice14 : Soient $(x;y;z) \in \mathbb{R}^3$

Montrer que si : $x^2+4yz+2z=0$ et $x+2xy+2z^2=0$

Alors : $2xz+y^2+y+1 \neq 0$

Exercice15 : Soit f la fonction numérique définit sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2+2x$

Montrer qu'il n'existe pas de nombre positif M tel que : $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) \leq M$

Exercice16 : Soient $x \in \mathbb{R}^{*+}$; $y \in \mathbb{R}^{*+}$

On pose : $A=\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)$; $x+y=1$ et $a=\frac{1}{\sqrt{xy}}$

1) a) Montrer que : $\left(\forall (x;y) \in \left(\mathbb{R}^{*+}\right)^2\right)$: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (l'inégalité arithmético-géométrique)

b) Déduire que : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geq 2a$

2) Montrer que : $A \geq (a+1)^2$

3) Déduire que : $\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right) \geq 9$

Exercice17 : Montrer que : $\left(\forall (x;y;z) \in \mathbb{R}^3\right) : x+y+z=0 \Leftrightarrow x^3+y^3+z^3=3xyz$

Exercice18 : Montrer que pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$; n^3-n est divisible par 3.

Indication : Etudier les cas : $n=3k$; $n=3k+1$ et $n=3k+2$ avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice19 : 1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; L'ensemble des restes de la division euclidienne de n^2 Par 5 est : $E=\{0;1;4\}$

2) En déduire que : $\forall k \in \mathbb{N}$; $\sqrt{5k+12} \notin \mathbb{N}$

Exercice20 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\sqrt{n^2+7n+12} \notin \mathbb{N}$

Exercice21 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; 7^n-1 est divisible par 6

Exercice22 : Montrer par récurrence que : pour tout entier $n \geq 5$: $2^n \geq 6n$

Exercice23 : Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{n^2 \times (n+1)^2}{4}$.

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien