1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°2 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir 😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) P_1 : "$\left(\frac{17}{5}=3,4\right)$ et $\left(\left|\sqrt{5}-1\right|=\sqrt{5}-1\right)$"

2) P_2 : "$(0=1)$ ou $(-1\prec 0)$"

3) P_3 : "$\left(\frac{35}{5}\in\mathbb{N}\right)$ et $\left(1\notin[0,1]\right)$"

4) P_4 : "$(11$ n'est pas premier$)$ ou $(\cos\pi=1)$"

5) P_5 : "$\left(\frac{1}{2}\in\mathbb{N}\right)\Rightarrow\left(0\notin[0,1]\right)$"

6) P_6 : "$\left(0\notin\mathbb{N}^*\right)\Rightarrow(3$ est pair$)$"

7) P_7 : "$\left(0\notin\mathbb{N}^*\right)\Leftrightarrow(3$ est pair$)$"

8) P_8 : "$(0=1)\Leftrightarrow(-1\geq 0)$"

Exercice2 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P:(\exists x\in\mathbb{Z});\frac{x}{4}\in\mathbb{Z}$

2) $P:(\forall x\in\mathbb{R});(\exists y\in\mathbb{R}):y^2=x$

3) $P:(\exists x\in\mathbb{R});(\forall y\in\mathbb{R}):x-y\succ 0$

4) $P:(\forall x\in[0;1]):x^2\geq x$

5) $P:\left(\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2\right):\sqrt{a^2+b^2}=a+b$

6) $P:(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R}):x^2+y^2\geq x+y$

7) $P:\left(\forall x\in\mathbb{R}^*\right):x+\frac{1}{x}\geq 2$

8) $P:(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R}):x^2-xy+y^2=0$

9) $P:(\forall\varepsilon\succ 0);(\exists\alpha\succ 0)/\left|x-1\right|\prec\alpha\Rightarrow\left|2x-2\right|\prec\varepsilon$

10) $P:(\forall\varepsilon\geq 0);\left(\exists q\in\mathbb{Q}^*\right)$ tel que: $0\leq q\leq\varepsilon$

11) $P:(\exists! x\in\mathbb{R});x^2=2$

Exercice3 : Montrer que : $\forall(x;y)\in\left(\mathbb{R}^*\right)^2$

$x\neq y$ et $|x|<\frac{1}{4}$ et $|y-2|<\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{7}{5}<\frac{2y}{y-x}<3$

Exercice4 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\forall y\in\mathbb{R}$ $\quad x^2+y^2=x+y+2\Leftrightarrow x=y=1$

Exercice5 : Soient : $x\in\mathbb{R}^+$ et $y\in\mathbb{R}^+$

1)Développer : $\left(\sqrt{x+2}-3\right)^2$

2)Montrer que : $x+2y+13=6\sqrt{x+2}+2\sqrt{2y+1}\Leftrightarrow x=7$ et $y=0$.

Exercice6 : $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$

Montrer que : $x\neq 2$ et $y\neq 2\Rightarrow 2x+2y-xy-2\neq 2$

Exercice7 :1) Montrer que : $\forall(a;b)\in\left([2;+\infty[\right)^2$: $a\neq b\Rightarrow\sqrt{1-\frac{4}{a^2}}\neq\sqrt{1-\frac{4}{b^2}}$

2) Soient : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a+b\neq 0$

Montrer que : $a\neq -2b\Rightarrow\frac{a-b}{a+b}\neq 3$

Exercice8 : Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si n^2 est pair alors n est pair.

Exercice9 : 1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $\frac{4x}{x^2+4} \leq 1$

2) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $x^2 - x + 1 \succ 0$

3) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $\sqrt{x^4+3x^2+1} \geq x^2+1$

4) Montrer que : $\forall (a;b) \in ([0;+\infty[)^2$; $a+b \geq 2\sqrt{a}\sqrt{b}$

5) Montrer que : $\forall (a;b) \in (]0;+\infty[)^2$; $\frac{a^2}{a+b} \geq \frac{3a-b}{4}$

Exercice10 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1): $|2x^2-x-6|-|x+1|-1=0 \quad (1)$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (2): $\sqrt{3x+4} = x$

Exercice11 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I_1): $\sqrt{x^2+1} \succ 2x$

Exercice12 : Montrer par l'absurde que : $\forall x \in \mathbb{R}^{*+} : \sqrt{1+x^2} \neq x+1$

Exercice13 :1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\frac{n^2+4}{n^2+5} \notin \mathbb{N}$

2)Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\sqrt{n^2+14} \notin \mathbb{N}$

Exerjcice14 : Montrer que le système suivant n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}^2$:(S): $\begin{cases} 5x-4z \succ 1 \\ 4y-5x \geq 3 \\ y-z \leq 1 \end{cases}$

Exercice15 : Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N};\ 1+2+2^2+2^3...+2^n = 2^{n+1}-1$.

Exercice16 : Montrer que :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^*;\ \sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+...+n^3 = \frac{n^2 \times (n+1)^2}{4}$

2) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $1\times2+2\times3+3\times4+...+n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*;\ \sum_{k=1}^{k=n}(2k+1) = 1+3+5+...+(2n+1) = (n+1)^2$

4) $\forall n \geq 5:\ 2^n \geq 6n$

5) $\forall n \in \mathbb{N}; n^3+2n$ est divisible par 3

6) $\forall n \in \mathbb{N}$; $7^n - 1$ est divisible par 6

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien