http://www.xriadiat.com/ **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°19 : ***LOGIQUE ET RAISONNEMENTS***

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation des propositions suivantes :

$P:(\forall x\in\mathbb{N});x\neq 1\Rightarrow x\succ 1$

$Q:\ ((\forall x\in\mathbb{R})(\exists\alpha\succ 0):|x|\prec\alpha\Rightarrow\left|\frac{x-1}{x+1}-1\right|\prec\alpha$

$R:(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\forall m\in\mathbb{N}^*);\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\ldots+\frac{1}{n+m}\in\mathbb{N}$

$S:(\forall a\in\mathbb{R}^+)(\forall b\in\mathbb{R}^+);\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$T:(\forall x\in]0;+\infty[)(\forall y\in]0;+\infty[):\sqrt{xy}=\frac{2xy}{x+y}$

$U:(\forall x\in]0;1[)(\forall y\in]0;1[):\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\prec 1-xy$

$V:(\forall x\in]0;1[):\frac{2x}{x^2(1-x^2)}\prec 1$

Exercice2 : Ecrire la négation et donner les valeurs de vérités des propositions suivantes :

1) $P:(\forall x\in\mathbb{R}):x\neq 2\Rightarrow x^2\neq 4$

2) $Q;(\exists x\in\mathbb{R}):x<2\Rightarrow x^2\geq 2019$

Exercice3 : Cocher la ou les bonne(s)

□ « Il existe $x\in\mathbb{R}$, il existe $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$» est une proposition vraie

□ « Pour tout $x\in\mathbb{R}$, pour tout $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$» est une proposition vraie

□ « Pour tout $x\in\mathbb{R}$, il existe $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$» est une proposition vraie

□ « Il existe $x\in\mathbb{R}$, pour tout $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$» est une proposition vraie

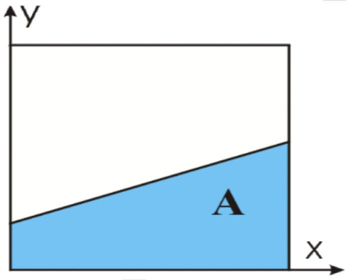
□ « Pour tout $x\in\mathbb{R}$il existe $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$» est équivalent à « Il existe $x\in\mathbb{R}$, pour tout $y\in\mathbb{R}$, $x\prec y$»

Exercice4 : Écrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1)Le carré de tout réel est positif.

2)Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré

Exercice5 : Pour chacune des propositions, en correspondance avec l'ensemble A (en bleu) suggéré par le dessin ci-dessous, indiquez votre opinion concernant le fait que les propriétés sont vérifiées ou non.



Quelles sont les assertions vraies ?

- " $\forall x\ ;\exists y\ \ (x;y)\in A$ "
- " $\forall y\ ;\exists x\ \ (x;y)\in A$ "
- " $\exists y\ ;\forall x\ (x;y)\in A$ "
- " $\exists x\ ;\forall y\ \ (x;y)\in A$ "

Exercice6 : Écrire sous forme conjonctive ou sous forme disjonctive les propositions ci-dessous :

1) " $(\overline{P}\ \ et\ \ Q)\Rightarrow R$ "   2) " $(P\ \ ou\ \ \overline{\overline{Q}})\,et(R\Rightarrow S)$

Exercice7 : Donner la valeur de vérité de la proposition suivante : $F"\exists! x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 1 = 3"$

Exercice8 : Montrer que La proposition $P:(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}): x^2 + y^2 \geq x + y$ est fausse :

Exercice9 : Montrer que La proposition $P:(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2): \sqrt{a^2+b^2} = a + b$ est fausse :

Exercice10 : Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :

$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2; (xy^2 - x^2y = y - x \Rightarrow x = y \ ou \ xy = 1)$

Exercice11 : Démontrer en utilisant la contraposée que la proposition suivante est vraie :

$\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}; \left(x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{x+1} \neq 1 \right)$

Exercice12 : Démontrer en utilisant la contraposée que : $\forall x \in \mathbb{R}; (x \neq -2 \Rightarrow x^3 + 2x^2 + x + 2 \neq 0)$

Exercice13 : Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}; 10^n - 1$ est divisible par 9

Exercice14 : Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $1 + 3 + 5 + ... + (2n+1) = (n+1)^2$.

Exercice15 : Soients a et b deux entiers naturels tels que $0 \prec b \prec a$.

Montrer que : $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \notin \mathbb{N}$

Exercice16 : On considère la proposition suivante : P_n $"\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} : \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) < 1"$

1)Montrer que : $P_n \Leftrightarrow . "\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}; \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^n > 1 + \frac{1}{n}"$

2) Comparer : $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$ et $\left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)^n$; $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

3)a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \ \forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$: $(1+x)^n > 1 + nx$

b) Déduire que : la proposition P_n est vraie

Exercice17 : 1) Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}): a \in \mathbb{Q} \ et \ b \notin \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \notin \mathbb{Q}$

2) Déterminera la négation de la proposions $P:(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}): a \notin \mathbb{Q} \ et \ b \notin \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \notin \mathbb{Q}$ et étudier la valeur de vérité de la proposition : P

3) Soit : $k \in \{3;5;7;11;13;15\}$; Supposons que : $\sqrt{k} \in \mathbb{Q}$

a) Montrer qu'il existe $(a;b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$: tel que : $a \wedge b = 1$ et $\frac{k-1}{8} = \frac{a^2-1}{8} - \frac{b^2-1}{8} k$

b) Montrer que : $\frac{a^2-1}{8} \in \mathbb{N}$ et $\frac{b^2-1}{8} \in \mathbb{N}$

c)Trouver une contradiction et conclure

4) Montrer que : $P:(\forall a \in \mathbb{Q}^+)(\forall b \in \mathbb{Q}^+): \sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{Q}^+ \Rightarrow \sqrt{a} \in \mathbb{Q} \ et \ \sqrt{b} \in \mathbb{Q}$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien