1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction Série N°18 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes

1) P "$\left(2\geq 1 \quad et \quad -1\in\mathbb{N}\right)$"

2) Q "$\left(\sqrt{3}\geq 2 \ ou \ \sqrt{2}\notin\mathbb{N}\right)$"

3) R "$\forall x\in\mathbb{R}/2x\geq 0$"

4) M "$\exists x\in\mathbb{R}/2x-1=3$"

5) N "$\forall n\in\mathbb{N}/\frac{n+1}{2}\in\mathbb{N}$"

7) K "$\exists x\in\mathbb{R}/x^2-x+3=0$"

Exercice2 : Ecrire chacune des propositions suivantes en utilisant les symboles logiques et donner la valeur de vérité et la négation :

1) P: « l'équation $x^2-2x-5=0$ admet une solution dans l'ensemble des entiers naturels »

2) Q: « l'inéquation $x^2-3x-11\leq 0$ n'admet pas de solution dans l'ensemble des nombres réels »

3) R: « Tout entier naturel multiple de 12 est divisible par 3 »

Exercice3 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $2x^2+x-1=0$

2) Déduire la valeur de vérité des propositions suivantes :

P : " $\exists x\in\mathbb{R}/2x^2+x-1=0$" ; Q " $\exists n\in\mathbb{N}/2n^2+n-1=0$"

3) Donner la négation de la proposition P

Exercice4 : Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :

$$\forall x\in\mathbb{R}^+;\left(\frac{1}{1+\sqrt{x}}=1-\sqrt{x}\Rightarrow x=0\right)$$

Exercice5 : Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :

$$\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2;\left(\frac{x^2-1}{x^2+3}=\frac{y^2-1}{y^2+3}\Rightarrow|x|=|y|\right)$$

Exercice6 : Montrer par un contre-exemple que la proposition $P:\left(\forall x\in\mathbb{R}^*\right):x+\frac{1}{x}\geq 2$ est fausse :

Exercice7 : Démontrer en utilisant la contraposée que la proposition suivante est vraie :

$$\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2 \ et \ y\neq 2x;\left(y\neq\frac{1}{8}x \Rightarrow \frac{x+2y}{2x-y}\neq\frac{2}{3}\right)$$

Exercice8 : Démontrer en utilisant la contraposée que :

$$\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2;\left(x+y\leq 6 \Rightarrow x\leq 3 \ ou \ y\leq 3\right)$$

Exercice9 : En utilisant un raisonnement par disjonction des cas (ou une récurrence)

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}: 5n^3+11n^2+3$

Exercice10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (1): $x^2-|x-2|+5=0$

Exercice11 : Résoudre dans : $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $(S)\begin{cases}3x-y=4\\x^2-y^2=0\end{cases}$

Exercice12 : 1) Montrer que : $\left(\forall(a;b)\in\left(\mathbb{R}^{+}\right)^{2}\right): a+b=0 \Leftrightarrow a=0$ et $b=0$

2) $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$ Montrer que : $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}=2 \Leftrightarrow x=y=0$

Exercice13 : Soients $a\succ 0$ et $b\succ 0$ Montrer que si $\frac{a}{1+b}=\frac{b}{1+a}$ alors a = b.

Exercice14 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P:\ (\forall x\in\mathbb{R});(\forall y\in\mathbb{R})\, x\le y \Rightarrow x^4\le y^4$

2) $Q:\ (\forall x\in[1.+\infty[);(\forall y\in[1.+\infty[)\, x\times y=1 \Leftrightarrow x=y=1$

3) $R:\ (\forall x\in\mathbb{R}^{+})\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\ge 1$

Exercice15 : On considère l'ensemble : $A=\{1;2;3;4;\ldots;n\}$ avec n un nombre entier impair

Et soient x_1 ; x_2; x_3; x_4 ; ; x_n des éléments de l'ensemble A distincts deux a deux

Montrer que : $\exists i\in A/\ x_i-i$ est pair

Exercice16 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}; n^3+2n$ est divisible par 3

Exercice17 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $2\times 3^{n-1}+5^n+1$ est un multiple de 8

Exercice18 : (Récurrence) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{3^k}=\frac{1}{4}\times\left(5-\frac{2n+5}{3^n}\right)$.

Exercice19 : Montrer que : l'équation : $P(n)=7n^5+2n^3-n-3=0$

N'admet pas de solutions entière (dans $\mathbb{Z}$)

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien