1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°17 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes et déterminer leurs négations :

1) P : " $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 + 3x + 7 = 0$"

2) Q : « $\forall x \in \mathbb{R}^-; x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$ »

3) R : « $\sqrt{3} + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3+5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ »

4) S : « $\sqrt{3} + \sqrt{5} > 2\sqrt{2}$ *et* $\sqrt{3+5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ »

5) T : « $\exists n \in \mathbb{N}; 2n+5$ *est pair* » ou « $\exists n \in \mathbb{N}; 2^n > 10$ »

6) M : « $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 \geq 2x$ »

7) N : « $\forall x \in \mathbb{R}; \exists y \in \mathbb{R}; y < x + 1$ »

Exercice2 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $2x^2 + 3x - 2 = 0$

2) Déduire la valeur de vérité des propositions suivantes :

P : " $\exists x \in \mathbb{R} / 2x^2 + 3x - 2 = 0$" ; Q " $\exists n \in \mathbb{N} / 2n^2 + 3n - 2 = 0$"

3) Donner la négation de la proposition P

Exercice3 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) P: « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); 2x^2 + xy + 5y^2 \neq 0$ »

2) Q: « $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); x - y = 2 \Rightarrow x \succ 2$ »

3) R: « $(\forall n \in \mathbb{N}^*) / \sqrt{4n^2 + 5n} \notin \mathbb{N}$ »

Exercice4 : Soit P ; Q *et* R trois propositions.

Démontrer que les propositions "P *et* (Q *ou* R)" et "(P *et* Q) *ou* (P *et* R)" sont équivalentes.

Exercice5 : Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :

$$\forall x \in \mathbb{R}; \left(2 \leq x \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{x}{x^2 - 3} \leq 3 \right)$$

Exercice6 : Ecrire les propositions suivantes en utilisant des symboles logiques convenables :

1)(P)«pour tout entier naturel n, il existe un nombre réel t tel que la racine carrée de n est égale à t »

2) (Q) : « Pour tous nombres réel x et y , il existe un entier naturel p , tel que la somme des carrés de x et de y est égale au cube du nombre p »

3) (R) : « le système formé par les deux équations $3x - 2y = 5$ et $x + y = -3$ admet un couple unique solution dans $\mathbb{R}^2$ »

Exercice7 : 1) En utilisant un raisonnement par équivalence : Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$: $x + \frac{1}{x} \geq 2$

2) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$: $x^6 \geq 2x^3 - 2$

Exercice8 : Démontrer en utilisant la contraposée que : $\forall x \in \mathbb{R}; (x + x^3 \leq 2 \Rightarrow x \leq 1)$

Exercice9 : En utilisant un raisonnement par disjonction des cas (ou une récurrence)

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + n + 1$

Exercice10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (1): $x^2 - |x-2| - 4 = 0$

Exercice11 : Soient x et y deux nombres réels strictement positifs.

Montrer par l'absurde que : $x \leq \sqrt{2}$ ou $\frac{1}{y} \leq \sqrt{2}$ ou $y + \frac{1}{x} \leq \sqrt{2}$

Exercice12 : On considère la proposition suivante : $P: \ (\forall x \in \mathbb{R}): x < 6 \Rightarrow x^2 < 36$

1) Ecrire la négation de P
2) En utilisant un raisonnement par contre-exemple, Montrer que P est fausse.

Exercice13 : Soient $a; b \in \mathbb{Q}$

1) Montrer que : $a + b\sqrt{2} = 0 \Rightarrow a = b = 0$
2) En déduire que : $a + b\sqrt{2} = a' + b'\sqrt{2} \Rightarrow a = a'$ et $b = b'$

Remarque : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice14 : 1) Montrer que si : $2n+1$ est un carré parfait alors $(n+1)^2$ est la somme de deux carrés parfaits.
2)Montrer que si : $n+1$ est un carré parfait alors $14n+14$ est la somme de trois carrés parfaits.

Exercice15 : Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $10^{3n+2} + 10^{3n+1} + 1$ est un multiple de 111

Exercice16 : 1) On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \sum_{k=0}^{k=n-1} (2k+1)^2$

1) Calculer : S_1 ; S_2 et S_3

2)Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} (2k+1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$.

Exercice17 : Montrer que Pour tout entier naturel non nul n,

$n^2 - 1$ est divisible par 8 si et seulement si n est impair.

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien