1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°16 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : 1) Traduire symboliquement la proposition P : suivante :
P : « Pour tout couple de réels, si la somme et le produit de ces deux réels est rationnel, alors ces deux réels sont deux rationnels »
2) Donner la négation de la proposition P :
3) Déterminer la valeur de vérité de la proposition P :

Exercice2 : On considère les propositions suivantes :
$P:(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R}):xy+2y+x+2=0$ et $Q:(\forall n\in\mathbb{N}^*):\sqrt{n(n+1)+1}\in\mathbb{N}$
$R:(\forall(a;b;c)\in\mathbb{R}):\left[|a|\prec c \ et |b|\prec c\Rightarrow\left|\frac{a+b}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right|\prec c\right]$
1) Déterminer la valeur de vérité de P
2) Ecrire la négation des propositions P et Q et R
3) Montrer que la proposition Q est fausse

Exercice3 : Montrer que : $(\forall(x;y;z)\in\mathbb{R}^3):x+y+z=0\Rightarrow|x-y|+|y-z|+|z-x|\geq\frac{1}{2}(|x|+|y|+|z|)$

Exercice4 : Montrer que : $\forall(a;b;c)\in(\mathbb{R}_+^*)^3$; $a^2+b^2+c^2\prec1\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\neq\frac{1}{abc}$

Exercice5 : 1) a) En utilisant un raisonnement par équivalence :
Montrer que : $\forall a\in\mathbb{R}_+^*$: $\sqrt{2a+1}\leq a+1$

b) Montrer que : $\forall(a;b)\in(\mathbb{R}_+^*)^2$: $\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

2) En déduire que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$ et $\forall y\in\mathbb{R}_+^*$: $\frac{\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1}}{2}\leq x+y+1$

Indication : appliquer b) puis a)

Exercice6 : Soit $P(n)$ la propriété dénie sur $\mathbb{N}$ par : « 7^n-1 Est divisible par 3 »
1) Démontrer que si $P(n)$ est vraie alors $P(n+1)$ est vraie.
2) Que peut-on conclure

Exercice7 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $3^{5n}+4^{5n+2}+5^{5n+1}$ est un multiple de 11

Exercice8 : Soit a un élément de $]0,1[$
1)Montrer que : $\forall(p;q)\in\mathbb{N}^2$ « $p\leq q\Rightarrow a^p\geq a^q$ »

2) a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$ $a+a^2+\ldots+a^n=a\frac{1-a^n}{1-a}$

b) Déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $1-a^n\geq n(1-a)a^{n-1}$

3) Prends : $a=1-\frac{1}{n^2}$ et montrer que : "$\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$: $\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)\leq1$ "

Exercice9 : Soient $a;b;c$ des nombres entiers relatifs impairs
1) Montrer que : l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{Q}$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+x-(2n+1)=0$ Où $n\in\mathbb{N}$

3) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $\sqrt{8n+5}\notin\mathbb{Q}$

4) Montrer que : $\sqrt{2021}\notin\mathbb{Q}$

Exercice10 : Par l'absurde montrer que ; $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\notin\mathbb{N}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien