1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°15 : ***LOGIQUE ET RAISONNEMENTS***

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes et déterminer leurs négations :

1) P : $"\sqrt{81} \neq \sqrt{16}+\sqrt{25}\ ou\ \sqrt{3}=\sqrt{5}-\sqrt{2}"$

2) Q : « $\forall x \in]-\infty;-5];-x^2-x+6\leq 0$ »

3) R : « $\forall x \in \mathbb{R}^+;\sqrt{x^6+1}-x=0$ »

4) S : « $\exists n \in \mathbb{N};\forall x \in \mathbb{R}: n-1\leq x^2$ »

Exercice2 : Ecrire les propositions suivantes en utilisant les quantificateurs et les connecteurs logiques :

1) P: « l'équation $x^2=3$"n'a pas de solution réelle »

2) Q: « le carré de tout réel est supérieur ou égal à $-\sqrt{3}$" »

3) R: « l'équation $x^2=3$" admet une unique solution réelle »

Exercice3 : On note : ¬ P ou non P : la négation de la proposition P

Soient P et Q deux propositions.

Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont équivalentes à la négation de P ⇒ Q ? Justifier à l'aide d'une table de vérité.

1) P ou (non Q) 2) (non Q) ⇒ (non P) 3) P et (non Q)

Exercice4 : On considère la proposition suivante :

P : « $\forall (x\ ;\ y) \in \mathbb{R}^2\ \left(x^2=y^2 \Rightarrow |x|=|y|\right)$ »

1)Montrer que : P est une proposition vraie

2) Ecrire la négation de la propositions P

Exercice5 : Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (Cochez si vous pensez)

1)f P "$\exists x \in \mathbb{R};\forall y \in \mathbb{R}\quad y\geq x^2$ "

2)f P"$\forall y \in \mathbb{R};\exists x \in \mathbb{R}\quad y\geq x^2$ "

3)f P"$\exists x \in \mathbb{R};\forall y \in \mathbb{R}\quad y\leq x^2$ "

4)f P"$\forall y \in \mathbb{R};\exists x \in \mathbb{R}\quad y\leq x^2$ "

Exercice6 : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tel que : $a\in]-1;1[$ et $b\in]-1;1[$

1) Montrer que : $-1 \prec \frac{a+b}{1+ab} \prec 1$

2) Montrer que : $|a+b|\leq|1+ab|$

Exercice7 : Démontrer en utilisant le Raisonnement par équivalences que :

$$\forall a \in \mathbb{R};\left(|a-2|\leq\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{10}\leq\frac{1}{3a+2}\leq\frac{1}{6}\right)$$

Exercice8 : Considérons la fonction propositionnelle : $P(n):(n\in\mathbb{N});A(n)=n^2+n+41$

1) Calculer : $A(0);A(1);A(2)$ et $A(40)$

2) Montrer que la proposition suivante est fausse :« $(\forall n\in\mathbb{N}^*);A(n)$: est nombre premier »

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice9 : 1) Démontrer par l'absurde que la proposition suivante est fausse : (P): "$\sqrt{3}+\sqrt{5}<2\sqrt{2}$"

2) Démontrer en utilisant un contre-exemple que la proposition suivante est fausse :
Q : « $\forall x \in \mathbb{R}_{+}^{*}; x^{2}>x$

3) Démontrer en utilisant des équivalences successives que la proposition suivante est vraie :
R : « $\forall (x;y) \in (\mathbb{R}^{+})^{2}; 9x+4y \geq 12\sqrt{xy}$

4) Démontrer en utilisant la contraposée que la proposition suivante est vraie :
S : « $\forall (x;y) \in \mathbb{R}^{2}; \left(y \neq -\frac{3}{4}x \Rightarrow \frac{x-y}{x+y} \neq 7 \right)$

5) Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que :
Le nombre : $4^{2n}-3^{2n}$ est divisible par 7 pour tout entier naturel n

Exercice10 : 1) Démontrer en utilisant le Raisonnement par implications successives que :
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^{2}; (x \succ 2 \ et \ \ y \succ 2 \Rightarrow xy \succ x+y)$

2)Démontrer en utilisant le Raisonnement par contraposée que :
$\forall x \succ 2 \ et \ \forall y \succ 2 \ : \left(x \neq y \Rightarrow x\sqrt{y-1} \neq y\sqrt{x-1} \right)$

Exercice11 : Démontrer par l'absurde que : $\forall a \in \mathbb{Q}; \forall n \in \mathbb{N}^{*} : a+\frac{1}{n\sqrt{2}} \notin \mathbb{Q}$

Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}^{2}$ le système suivant : $(1) : \begin{cases} x^{3}+x^{2}-2=0 \\ x^{2}+xy-y+y^{2}=0 \end{cases}$

Exercice13 : Démontrer par récurrence que quel que soit l'entier naturel n :
$n^{3}+2n$ est divisible par 3 .

Exercice14 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^{*} \ : \ 2^{10n-7}+3^{5n-2}-2$ est un multiple de 11

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB