1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction Série N°14 : QCM DE Logique

LOGIQUE ET RAISONNEMENTS

MATHÉMATIQUES

Répondre en cochant la ou les cases correspondant à des assertions vraies (Et seulement celles-ci).

Question 1 : Soit P une assertion vraie et Q une assertion fausse. Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ P ou Q ƒ P et Q ƒ non(P) ou Q ƒ non(P et Q)

Solution : ⊠ P ou Q ƒ P et Q ƒ non(P) ou Q ⊠ non(P et Q)

Question 2 : Par quoi peut-on compléter les pointillés pour avoir les deux assertions vraies ?

$x \geq 2 \; .....x^2 \geq 4$ $\quad |y| \leq 3 \; ....0 \leq y \geq 3$

ƒ $\Leftarrow$ et $\Rightarrow$ ƒ $\Rightarrow$ et $\Rightarrow$ ƒ $\Leftarrow$ et $\Rightarrow$ ƒ $\Rightarrow$ et $\Leftarrow$

Solution : ƒ $\Leftarrow$ et $\Rightarrow$ ƒ $\Rightarrow$ et $\Rightarrow$ ƒ $\Leftarrow$ et $\Rightarrow$ ⊠ $\Rightarrow$ et $\Leftarrow$

Question 3 : Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - x \geq 0$ ƒ $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^2 - n \geq 0$ ƒ $\forall x \in \mathbb{R} \quad |x^3 - x| \geq 0$ ƒ $\forall n \in \mathbb{N} - \{0;1\} \quad n^2 - 3 \geq 0$

Solution : ƒ $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - x \geq 0$ ⊠ $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^2 - n \geq 0$ ⊠ $\forall x \in \mathbb{R} \quad |x^3 - x| \geq 0$ ⊠

$\forall n \in \mathbb{N} - \{0;1\} \quad n^2 - 3 \geq 0$

Question 4 : Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ $\exists x \succ 0 \quad \sqrt{x} = x$ ƒ $\exists x \in \mathbb{R} \quad 2\cos x - 3 = 0$ ƒ $\exists n \in \mathbb{N} \quad n^2 = 17$ ƒ $\exists x \in \mathbb{R} \quad x^2 - 2x + 3 = 0$

Solution : ⊠ $\exists x \succ 0 \quad \sqrt{x} = x$ ƒ $\exists x \in \mathbb{R} \quad 2\cos x - 3 = 0$ ƒ $\exists n \in \mathbb{N} \quad n^2 = 17$ ƒ $\exists x \in \mathbb{R} \quad x^2 - 2x + 3 = 0$

Question 5 : Un groupe de coureurs C chronomètre ses temps : $t(c)$ désigne le temps (en secondes) du
Coureur c. Dans ce groupe Ali et NAJIB ont réalisé le meilleur temps de 47 secondes.
Hassan est déçu car il est arrivé troisième, avec un temps de 55 secondes. À partir de ces informations, quelles sont les assertions dont on peut déduire qu'elles sont vraies ?

ƒ $\forall c \in C \quad t(c) \geq 47$ ƒ $\exists c \in C \quad 47 \prec t(c) \prec 55$ ƒ $\exists c \in C \quad t(c) \succ 47$ ƒ $\forall c \in C \quad t(c) \leq 55$

Solution : ⊠ $\forall c \in C \quad t(c) \geq 47$ ƒ $\exists c \in C \quad 47 \prec t(c) \prec 55$ ⊠ $\exists c \in C \quad t(c) \succ 47$ ƒ

$\forall c \in C \quad t(c) \leq 55$

Question 6 : Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ La négation de "$\forall x \succ 0 \quad \sqrt{x} \geq x$ "est "$\exists x \leq 0 \quad \sqrt{x} \prec x$ "

ƒ La négation de "$\exists x \succ 0; \; \frac{1}{x} = x$ "est "$\forall x \leq 0; \; \frac{1}{x} \neq x$ "

ƒ La négation de "$\forall x \succ 0; \forall y \succ 0 \quad x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$ "est "$\exists x \succ 0; \exists y \succ 0 \quad x \succ y \Rightarrow x^2 \succ y^2$ "

ƒ La négation de "$\forall x \succ 0; \forall y \succ 0 \quad x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$ "est "$\exists x \succ 0; \exists y \succ 0 \quad x \prec y \; et \; x^2 \succ y^2$ "

Solution : ƒ La négation de "$\forall x \succ 0 : \sqrt{x} \geq x$ "est "$\exists x \leq 0 : \sqrt{x} \prec x$ "

ƒ La négation de "$\exists x \succ 0; \; \frac{1}{x} = x$ "est "$\forall x \leq 0; \; \frac{1}{x} \neq x$ "

ƒ La négation de "$\forall x \succ 0; \forall y \succ 0 \quad x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$ "est "$\exists x \succ 0; \exists y \succ 0 \quad x \succ y \Rightarrow x^2 \succ y^2$ "

⊠La négation de "$\forall x \succ 0; \forall y \succ 0 \quad x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$ "est "$\exists x \succ 0; \exists y \succ 0 \quad x \prec y \; et \; x^2 \succ y^2$ "

Question 7 : Soit P une assertion fausse, Q une assertion vraie et R une assertion fausse.

Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ Q et (P ou R) ƒ P ou (Q et R) ƒ non(P et Q et R) ƒ (P ou Q) et (Q ou R)

Solution : ƒ Q et (P ou R) ƒ P ou (Q et R) ☒ non(P et Q et R) ☒ (P ou Q) et (Q ou R)

Question 8 : Soient P et Q deux assertions.

Quelles sont les assertions toujours vraies (que P et Q soient vraies ou fausses) ?

ƒ P et non(P) ƒ non(P) ou P ƒ non(Q) ou P ƒ (P ou Q) ou (P ou non(Q))

Solution :ƒ P et non(P) ☒ non(P) ou P ƒ non(Q) ou P ☒ (P ou Q) ou (P ou non(Q))

Question 9 : Par quoi peut-on compléter les pointillés pour avoir une assertion vraie ?

$|x^2| \prec 5 \; ..... -\sqrt{5} \prec x \prec \sqrt{5}$

ƒ $\Leftarrow$ ƒ $\Rightarrow$ ƒ $\Leftrightarrow$ ƒ Aucune des réponses ci-dessus ne convient.

Solution :☒ $\Leftarrow$ ☒ $\Rightarrow$ ☒ $\Leftrightarrow$ ƒ Aucune des réponses ci-dessus ne convient.

Question 10 : À quoi est équivalent : $P \Rightarrow Q$?

ƒ non(P) ou non(Q) ƒ non(P) et non(Q) ƒ non(P) ou Q ƒ non(Q) $\Rightarrow$non(P)

Solution :

ƒ non(P) ou non(Q) ƒ non(P) et non(Q) ☒ non(P) ou Q ☒ non(Q) $\Rightarrow$non(P)

Question 11 : Soit $f :]0;+\infty[\to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ "$\forall x \in]0;+\infty[; \exists y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

ƒ "$\exists x \in]0;+\infty[; \forall y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

ƒ "$\exists x \in]0;+\infty[; \exists y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

ƒ "$\forall x \in]0;+\infty[; \forall y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

Solution : ☒ "$\forall x \in]0;+\infty[; \exists y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

ƒ "$\exists x \in]0;+\infty[; \forall y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

☒ "$\exists x \in]0;+\infty[; \exists y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

ƒ "$\forall x \in]0;+\infty[; \forall y \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ "

Question 12 : Le disque centré à l'origine de rayon 1 est défini par : $D = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1 \}$

Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ "$\forall x \in [-1;1]; \forall y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

ƒ "$\forall x \in [-1;1]; \exists y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

ƒ "$\exists x \in [-1;1]; \forall y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

ƒ "$\forall x \in [-1;1]; \exists y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

Solution :ƒ "$\forall x \in [-1;1]; \forall y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

☒"$\exists x \in [-1;1]; \exists y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

☒"$\exists x \in [-1;1]; \forall y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

∃ "$\forall x \in [-1;1]; \exists y \in [-1;1] \quad (x;y) \in D$ "

Question 13 : On définit l'assertion "ou exclusif", noté "xou" en disant que "P xou Q" est vraie lorsque P
est vraie, ou Q est vraie, mais pas lorsque les deux sont vraies en même temps. Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ Si "P ou Q" est vraie alors "P xou Q" aussi.

ƒ Si "P ou Q" est fausse alors "P xou Q" aussi.

ƒ "P xou Q" est équivalent à "(P ou Q) et (non(P) ou non(Q))" ƒ "P xou Q" est équivalent à "(P ou Q) ou (non(P) ou non(Q))"

Solution : ƒ Si "P ou Q" est vraie alors "P xou Q" aussi.

☒ Si "P ou Q" est fausse alors "P xou Q" aussi.

☒ "P xou Q" est équivalent à "(P ou Q) et (non(P) ou non(Q))"

ƒ "P xou Q" est équivalent à "(P ou Q) ou (non(P) ou non(Q))"

Question 14 : Soient P et Q deux assertions. Quelles sont les assertions toujours vraies (que P, Q soient
vraies ou fausses) ?

ƒ (P $\Rightarrow$ Q) ou (Q $\Rightarrow$ P)

ƒ (P $\Rightarrow$ Q) ou (P et non(Q))

ƒ P ou (P $\Rightarrow$ Q)

ƒ (P $\Leftrightarrow$ Q) ou (non(P) $\Leftrightarrow$ non(Q))

Solution :☒ (P $\Rightarrow$ Q) ou (Q $\Rightarrow$ P)

☒ (P $\Rightarrow$ Q) ou (P et non(Q))

☒ P ou (P $\Rightarrow$ Q)

ƒ (P $\Leftrightarrow$ Q) ou (non(P) $\Leftrightarrow$ non(Q))

Question 15 : À quoi est équivalent P $\Leftarrow$ Q ?

ƒ non(Q) ou P

ƒ non(Q) et P

ƒ non(P) ou Q

ƒ non(P) et Q

Solution :☒ non(Q) ou P

ƒ non(Q) et P

ƒ non(P) ou Q

ƒ non(P) et Q

Question 16 : Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x)=x^2$. Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ "$\forall x,x'\in\mathbb{R}\quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ "

ƒ "$\forall x,x'\in\mathbb{R}\quad x\neq x'\Leftarrow f(x)\neq f(x')$ "

ƒ "$\forall y\in\mathbb{R}\ \exists x\in\mathbb{R}\ /\ f(x)=y$ "

ƒ "$\forall y\in[0;+\infty[\,;\exists x\in\mathbb{R}\quad y=f(x)$ "

Solution :ƒ "$\forall x,x'\in\mathbb{R}\quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ "

☒"$\forall x,x'\in\mathbb{R}\quad x\neq x'\Leftarrow f(x)\neq f(x')$ "

ƒ "$\forall y\in\mathbb{R}\ \exists x\in\mathbb{R}\ /\ f(x)=y$ "

☒"$\forall y\in[0;+\infty[\,;\exists x\in\mathbb{R}\quad y=f(x)$ "

Question 17 : On considère l'ensemble : $E=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2\ /\ 0\leq x\leq 1\ et\ y\geq\sqrt{x}\ \right\}$

Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ "$\forall y\geq 0;\exists x\in[0;1]\ \ (x;y)\in E$ "

ƒ "$\forall x\in[-1;1];\exists y\in[-1;1]\ \ (x;y)\in D$ "

ƒ "$\exists x\in[-1;1];\forall y\in[-1;1]\ \ (x;y)\in D$ "

ƒ "$\forall x\in[-1;1];\exists y\in[-1;1]\ \ (x;y)\in D$ "

Solution :☒ "$\forall y\geq 0;\exists x\in[0;1]\ \ (x;y)\in E$ "

ƒ "$\exists y\geq 0;\forall x\in[0;1]\ \ (x;y)\in E$ "

☒"$\forall x\in[0;1];\exists y\geq 0\ \ (x;y)\notin E$ "

ƒ "$\forall x\in[0;1];\forall y\geq 0\ \ (x;y)\notin E$ "

Question 18 : Soit $f:]0;+\infty[\to]0;+\infty[$ une fonction. Quelles sont les assertions vraies ?

ƒ La négation de « $\forall x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y\neq f(x)$ » est "$\exists x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y=f(x)$

ƒ La négation de « $\exists x\succ 0;\forall y\succ 0\quad y\times f(x)\succ 0$ » est "$\forall x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y\times f(x)\prec 0$

ƒ La négation de « $\forall x,x'\succ 0\quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ » est "$\exists x,x'\succ 0\quad x=x'\ et\ f(x)\neq f(x')$

ƒ La négation de « $\forall x,x'\succ 0\quad f(x)=f(x')\Rightarrow x=x'$ » est "$\exists x,x'\succ 0\quad x\neq x'\,et\ f(x)=f(x')$

Solution : ƒ La négation de « $\forall x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y\neq f(x)$ » est "$\exists x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y=f(x)$

ƒ La négation de « $\exists x\succ 0;\forall y\succ 0\quad y\times f(x)\succ 0$ » est "$\forall x\succ 0;\exists y\succ 0\quad y\times f(x)\prec 0$

ƒ La négation de « $\forall x,x'\succ 0\quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ » est "$\exists x,x'\succ 0\quad x=x'\ et\ f(x)=f(x')$

☒ La négation de « $\forall x,x'\succ 0\quad f(x)=f(x')\Rightarrow x=x'$ » est "$\exists x,x'\succ 0\quad x\neq x'\,et\ f(x)=f(x')$

Question 19 : Je veux montrer que : $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un entier, quel que soit n ∈ N.

Quelles sont les démarches possibles ?

ƒ Montrer que la fonction $f:x\to\dfrac{x(x+1)}{2}$ est paire.

ƒ Séparer le cas n pair, du cas n impair.

ƒ Par l'absurde, supposer que : $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un réel, puis chercher une contradiction.

ƒ Le résultat est faux, je cherche un contre-exemple.

Solution : ƒ Montrer que la fonction $f:x\to\dfrac{x(x+1)}{2}$ est paire.

☒ Séparer le cas n pair, du cas n impair.

ƒ Par l'absurde, supposer que : $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un réel, puis chercher une contradiction.

ƒ Le résultat est faux, je cherche un contre-exemple.

Question 20: Je e veux montrer par récurrence l'assertion : $P_n:2^n\succ 2n-1$ pour tout entier n assez grand.Quelle étape d'initialisation est valable ?

ƒ Je commence à n = 0.
ƒ Je commence à n = 1.
ƒ Je commence à n = 2.
ƒ Je commence à n = 3.

Solution : ƒ Je commence à n = 0.
☒ Je commence à n = 1.
ƒ Je commence à n = 2.
ƒ Je commence à n = 3.

Question 21 : Je e veux montrer par récurrence l'assertion : $P_n:2^n\succ 2n-1$ pour tout entier n assez grand.Pour l'étape d'hérédité je suppose P_n vraie, quelle(s) inégalité(s) dois-je maintenant démontrer ?

ƒ $2^{n+1}\succ 2n+1$
ƒ $2^n\succ 2n-1$
ƒ $2^n\succ 2(n+1)-1$
ƒ $2^n+1\succ 2(n+1)-1$

Solution : ☒ $2^{n+1}\succ 2n+1$
ƒ $2^n\succ 2n-1$
ƒ $2^n\succ 2(n+1)-1$
ƒ $2^n+1\succ 2(n+1)-1$

Question 22 : Chercher un contre-exemple à une assertion du type « $\forall x \in E$ l'assertion P(x) est vraie »revient à prouver l'assertion

:f « $\exists! x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».
f « $\exists x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».
f « $\exists x \notin E$ l'assertion P(x) est fausse».
f « $\forall x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».

Solution :f « $\exists! x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».
☒ « $\exists x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».
f « $\exists x \notin E$ l'assertion P(x) est fausse».
f « $\forall x \in E$ l'assertion P(x) est fausse».

Question 23 : J'effectue le raisonnement suivant avec deux fonctions $f ; g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}\ f(x) \times g(x) = 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}\ \left(f(x) = 0 \text{ ou } g(x) = 0 \right)$

$\Rightarrow \left(\forall x \in \mathbb{R}\ f(x) = 0 \right) ou \left(\forall x \in \mathbb{R}\ g(x) = 0 \right)$

f Ce raisonnement est valide.
f Ce raisonnement est faux car la première implication est fausse.
f Ce raisonnement est faux car la seconde implication est fausse.
f Ce raisonnement est faux car la première et la seconde implication sont fausses.

Solution :☒ Ce raisonnement est valide.
f Ce raisonnement est faux car la première implication est fausse.
f Ce raisonnement est faux car la seconde implication est fausse.
f Ce raisonnement est faux car la première et la seconde implication sont fausses

Question 24 : Je souhaite montrer par récurrence une certaine assertion P_n , pour tout entier $n \geq 0$. Quels sont les débuts valables pour la rédaction de l'étape d'hérédité ?

f Je suppose P_n vraie pour tout $n \geq 0$, et je montre que P_{n+1} est vraie.

f Je suppose P_{n-1} vraie pour tout $n \geq 0$, et je montre que P_n est vraie.

f Je fixe $n \geq 0$ je suppose P_n vraie, et je montre que P_{n+1} est vraie.

f Je fixe $n \geq 0$ et je montre que P_{n+1} est vraie.

Solution :f Je suppose P_n vraie pour tout $n \geq 0$, et je montre que P_{n+1} est vraie.

f Je suppose P_{n-1} vraie pour tout $n \geq 0$, et je montre que P_n est vraie.

☒ Je fixe $n \geq 0$ je suppose P_n vraie, et je montre que P_{n+1} est vraie.

f Je fixe $n \geq 0$ et je montre que P_{n+1} est vraie.

Question 25 : Je veux montrer que : $x^3 + x \geq 0\ \forall x \geq 0$

L'initialisation est vraie pour x = 1 car : $1^3 - 1 \geq 0$

Pour l'hérédité, je suppose $x^3 - x \geq 0$:et je montre que :$(x+1)^3 - (x+1) \geq 0$

$(x+1)^3 - (x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x - 1 = x^3 + 3x^2 + 2x \geq 0$ car $x \geq 0$

Je conclus par le principe de récurrence.

Pour quelles raisons cette preuve n'est pas valide ?

f Car il faudrait commencer l'initialisation à x = 0.
f Car x est un réel.
f Car la suite d'égalités est fausse.
f Car ce qu'on veut démontrer n'est pas vraie.

Solution :f Car il faudrait commencer l'initialisation à x = 0.
☒ Car x est un réel.
f Car la suite d'égalités est fausse.
f Car ce qu'on veut démontrer n'est pas vraie.

Question 26 : Pour montrer que l'assertion "$\forall n\in\mathbb{N}\ \ n^2 \succ 3n-1$" est fausse, quels sont les arguments valables ?
ƒ L'assertion est fausse, car pour n = 0 l'inégalité est fausse.
ƒ L'assertion est fausse, car pour n = 1 l'inégalité est fausse.
ƒ L'assertion est fausse, car pour n = 2 l'inégalité est fausse.
ƒ L'assertion est fausse, car pour n = 1 et n = 2 l'inégalité est fausse.
Solution :ƒ L'assertion est fausse, car pour n = 0 l'inégalité est fausse.
☒ L'assertion est fausse, car pour n = 1 l'inégalité est fausse.
☒ L'assertion est fausse, car pour n = 2 l'inégalité est fausse.
☒ L'assertion est fausse, car pour n = 1 et n = 2 l'inégalité est fausse.
Question 27 : Le raisonnement par contraposée est basé sur le fait que "P $\Rightarrow$ Q" est équivalent à :
ƒ "non(P) $\Rightarrow$ non(Q)".
ƒ "non(Q) $\Rightarrow$ non(P)".
ƒ "non(P) ou Q".
ƒ "P ou non(Q)".
Solution :ƒ "non(P) $\Rightarrow$ non(Q)".
☒ "non(Q) $\Rightarrow$ non(P)".
ƒ "non(P) ou Q".
ƒ "P ou non(Q)".
Question 28: Par quelle phrase puis-je remplacer la proposition logique "P $\Leftarrow$ Q"
ƒ "P si Q"
ƒ "P seulement si Q"
ƒ "Q est une condition nécessaire pour obtenir P"
ƒ "Q est une condition suffisante pour obtenir P"
Solution :ƒ "P si Q"
ƒ "P seulement si Q"
ƒ "Q est une condition nécessaire pour obtenir P"
☒"Q est une condition suffisante pour obtenir P"
Question 29 : Quelles sont les assertions vraies ?
ƒ La négation de "P $\Rightarrow$ Q" est "non(Q) ou P"
ƒ La réciproque de "P $\Rightarrow$ Q" est "Q $\Rightarrow$ P"
ƒ La contraposée de "P $\Rightarrow$ Q" est "non(P) $\Rightarrow$ non(Q)"
ƒ L'assertion "P $\Rightarrow$ Q" est équivalente à "non(P) ou non(Q)"
Solution :ƒ La négation de "P $\Rightarrow$ Q" est "non(Q) ou P"
☒ La réciproque de "P $\Rightarrow$ Q" est "Q $\Rightarrow$ P"
ƒ La contraposée de "P $\Rightarrow$ Q" est "non(P) $\Rightarrow$ non(Q)"
ƒ L'assertion "P $\Rightarrow$ Q" est équivalente à "non(P) ou non(Q)"
Question 30 : Pour Je veux montrer que $\sqrt{13}\notin\mathbb{Q}$ par un raisonnement par l'absurde. Quel schéma de raisonnement est adapté ?
☒ Je suppose que $\sqrt{13}$ est rationnel et je cherche une contradiction.
ƒ Je suppose que $\sqrt{13}$ est irrationnel et je cherche une contradiction.
ƒ J'écris : $13=\dfrac{p}{q}$ (avec p, q entiers) et je cherche une contradiction.
☒ J'écris : $\sqrt{13}=\dfrac{p}{q}$ (avec p, q entiers) et je cherche une contradiction

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien