1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°13 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

Logique : fonctions et applications

Les implications et les équivalences

Conditions nécessaires et condition suffisante ?

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une application.
Traduire les propositions suivantes à l'aide de quantificateurs puis nier les propositions :
1) la fonction f est la fonction nulle :
2) la fonction f s'annule
3) la fonction f s'annule une seule fois
4) la fonction f s'annule sur $\mathbb{R}^+$
5) la fonction f ne s'annule que sur $\mathbb{R}^+$:
6) la fonction f ne prend que des valeurs strictement positives.
7) la fonction f ne prend des valeurs strictement positives que sur $\mathbb{R}^+$
8) la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$
9) la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$
10) Tout réel possède un antécédent par f
11) la fonction f prend des valeurs deux à deux distincts
12) f est positive sur $\mathbb{R}$
13) f est paire.
14)f est périodique.
15) f est majorée.
16) f possède un minimum.
17) f est strictement décroissante.
18) la fonction f s'annule au plus une fois
19) la fonction f est injective
20) la fonction f est surjective
21) la fonction f est bijective

Exercice2 : On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ par : $f(x)=\frac{x+2}{2x+1}$

Montrer que : $|x-1| \prec \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4}|x-1| \le |f(x)-f(1)| \le \frac{1}{2}|x-1|$

Exercice3 : on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^2-x+3$

Montrer que : f n'est ni pair ni impair

Exercice4 : 2) Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tel que : $(\forall x \in \mathbb{R}): f(x)=x^2+6x-7$

On considère la proposition suivante : $P \ :\left(\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2\right): x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

1) Ecrire la négation de P
2) Calculer : $f(1)$ et $f(-7)$
3) En déduire la valeur de vérité de la proposition P
4) Ecrire la contraposé de P et donner sa valeur de vérité

Exercice5 : On considère les assertions suivantes : $P \ :\left(\forall\left(x;y\right)\in\mathbb{R}^{2}\right): f\left(x\right)=f\left(y\right)\Rightarrow x=y$

1) Ecrire la négation de P

2) Soit f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tel que : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right): f\left(x\right)=x^2+2x+2$

Montrer que : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right): f\left(-x-2\right)=f\left(x\right)$

3) Est ce que : P est vraie ? justifier votre réponse

Exercice6 : Soit f la fonction numérique définit sur $\mathbb{R}$ par : $f\left(x\right)=x^2+2x$

Montrer qu'il n'existe pas de nombre positif M tel que : $\forall x\in\mathbb{R}$ on a : $f\left(x\right)\leq M$

Exercice7 : Soit $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la fonction définie par $f\left(x\right)=x^2$. Quelles sont les assertions vraies ?

f "$\forall x,x'\in\mathbb{R} \quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ "

f "$\forall x,x'\in\mathbb{R} \quad x\neq x'\Leftarrow f(x)\neq f(x')$ "

f "$\forall y\in\mathbb{R}\ \exists x\in\mathbb{R}\ /\ f(x)=y$ "

f "$\forall y\in\left[0;+\infty\right[;\exists x\in\mathbb{R} \quad y=f(x)$ "

Exercice8 : Soit $f:\left]0;+\infty\right[\to\left]0;+\infty\right[$ une fonction. Quelles sont les assertions vraies ?

f La négation de « $\forall x\succ 0;\exists y\succ 0 \quad y\neq f(x)$ » est "$\exists x\succ 0;\exists y\succ 0 \quad y=f(x)$

f La négation de « $\exists x\succ 0;\forall y\succ 0 \quad y\times f(x)\succ 0$ » est "$\forall x\succ 0;\exists y\succ 0 \quad y\times f(x)\prec 0$

f La négation de « $\forall x,x'\succ 0 \quad x\neq x'\Rightarrow f(x)\neq f(x')$ » est "$\exists x,x'\succ 0 \quad x=x'\ et\ f(x)\neq f(x')$

f La négation de « $\forall x,x'\succ 0 \quad f(x)=f(x')\Rightarrow x=x'$ » est "$\exists x,x'\succ 0 \quad x\neq x'\,et\ f(x)=f(x')$

Rappels : Les expressions suivantes veulent dire la même chose :

• Si P est vraie, alors Q est vraie
• P implique Q
• P est une condition suffisante de Q
• Pour que Q soit vraie, il suffit que P soit vraie
• Q est une condition nécessaire de P
• Pour que Q soit fausse, il faut que P soit fausse
• Si Q est fausse, alors P est fausse
• P est vraie seulement si Q est vraie

Rappels : Les expressions suivantes veulent dire la même chose :

• P est équivalente à Q
• Q est équivalente à P
• P et Q sont équivalentes
• P est vraie si et seulement si Q est vraie
• P est fausse si et seulement si Q est fausse
• P est une condition nécessaire et suffisante de Q

Exercice9 :"S'il pleut, Ali prend un parapluie"
"Salah ne prend jamais de parapluie s'il ne pleut pas et en prend toujours un quand il pleut". dir s'il pleut ou s'il ne pleut pas de ces affirmations dans les différentes situations ci-dessous ? Justifier soigneusement vos réponses en introduisant 3 propositions logiques P, Q et R.

1) Ali se promène avec un parapluie.
2)Ali se promène sans parapluie.
3) Salah se promène avec un parapluie.
4) Salah se promène sans parapluie.
5)Il ne pleut pas.
6) Il pleut.

Exercice10 : On rappelle qu'un entier p divise n, et on note p/n s'il existe un entier relatif k Tel que : $n = k \times p$

1) Est-ce que $6/n$ est une condition nécessaire à ce que n soit pair ?

2) Est-ce que $6/n$ est une condition suffisante à ce que n soit pair ?

Exercice11 : Trouver des conditions nécessaires (pas forcément suffisantes) à chacune des propositions suivantes : 1) Avoir son bac
2) Le point A appartient au segment [BC].
3) Le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Exercice12 : Trouver des conditions suffisantes (pas forcément nécessaires) à chacune des propositions suivantes :1) Avoir son bac.
2)Le point A appartient au segment [BC].
3)Le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Exercice13 : Soit la proposition P : "Le quadrilatère ABCD est un rectangle" et les propositions

1)Q_1 : "Les diagonales de ABCD ont même longueur

2)Q_2 : "ABCD est un carré"

3)Q_3 : "ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit"

4)Q_4 : "Les diagonales de ABCD sont médiatrices l'une de l'autre"

5)Q_5 : "Les diagonales de ABCD ont même milieu".
Dire si chacune des propositions Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 est pour P une condition nécessaire non suffisante, une condition suffisante non nécessaire, une condition nécessaire et suffisante, ou ni l'un ni l'autre.

Exercice14 : Parmi toutes les propositions suivantes, regrouper par paquets celles qui sont équivalentes
1) Tu auras ton examen si tu travailles régulièrement.
2) Pour avoir son examen, il faut travailler régulièrement.
3) Si tu ne travailles pas régulièrement, tu n'auras pas ton examen.
4) Il est nécessaire de travailler régulièrement pour avoir son examen.
5) Pour avoir son examen, il suffit de travailler régulièrement.
6) Ne pas travailler régulièrement entraîne un échec à l'examen.
7) Si tu n'as pas ton examen, c'est que tu n'as pas travaillé régulièrement.
8) Travail régulier implique réussite à l'examen.
9)On ne peut avoir son examen qu'en travaillant régulièrement

Exercice15 : Déterminer les réels x pour lesquels l'assertion suivante est vraie :
$"\left(\forall y \in [0,1]\right): x \geq y \Rightarrow x \geq 2y"$

Exercice 16 : Trois personnes, Ali (A), Belaid (B) et Chérif (C) exercent chacune une profession Différente : pharmacien, dentiste ou chirurgien.
Sachant que les implications suivantes sont vraies, retrouver leur profession :
α :(A chirurgien $\Rightarrow$ B dentiste),
β :(A dentiste $\Rightarrow$ B pharmacien),
γ :(B non chirurgien $\Rightarrow$ C dentiste).
.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien