1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°10 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Traduisez les propositions suivantes en langage courant puis déterminer sa négation et la valeur de vérité :1) $P:(\forall x\in\mathbb{R});(\exists y\in\mathbb{R}):x>y$

2) $P:(\exists x\in\mathbb{R});(\forall y\in\mathbb{R}):x>y$

3) $P:(\forall x\in\mathbb{R});x^2\geq 4\Rightarrow x\geq 2$

4) $P:(\exists x\in\mathbb{R});x^2=4$

5) $P:(\forall \varepsilon\succ 0);\left(\exists x\in\left\{1+\frac{1}{n};n\in\mathbb{N}^*\right\}\right)/\,x\prec\varepsilon+10$

Exercice2 : On considère la suivante : $P:(\exists x\in\mathbb{R}):2x^2-x+1\leq 0$

1) Ecrire la négation de P

2) Déterminer la valeur de vérité de P

3) Donner la négation de la proposition : $Q:(\forall x\in\mathbb{R})(\forall a\in\mathbb{R}^+):x^2\leq a\Rightarrow -\sqrt{a}\leq x\leq\sqrt{a}$

Exercice3 : On considère les assertions suivantes :

P :"$\left(\forall x\in\left]0;+\infty\right[\right):\sqrt{1+x}\leq 1+\frac{x}{2}$" Q :"$\left(\forall a\in\left]0;+\infty\right[;\forall b\in\left]0;+\infty\right[\right):\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$"

R :"$\left(\forall x\in\left[1;+\infty\right[\right):\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq 2$" ;

1)Montrer que $P\ ;Q\ \ et R$ sont vraies

2) Donner : $\overline{P}\ ;\ \overline{Q}\ \ et\ \overline{R}$

Exercice4 : On considère les assertions suivantes : $P\ :\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right):f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$

1) Ecrire la négation de P

2) Soit f : $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tel que : $(\forall x\in\mathbb{R}):f(x)=x^2+2x+2$

Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}):f(-x-2)=f(x)$

3) Est ce que : P est vraie ? justifier votre réponse

Exercice5 : Montrer par un Raisonnement direct que : $\forall x\in\left]1;+\infty\right[\ ;\frac{1}{\sqrt{3+x^2}}\prec\frac{1}{2}$

Exercice6 : Montrer que : $\forall x\in[-2;2]:2\sqrt{2}\succ\sqrt{4-x^2}$.

Exercice7 : Montrer que : $\left(\forall(x;y;z)\in\mathbb{R}^3\right):x+y+z=0\Leftrightarrow x^3+y^3+z^3=3xyz$

Exercice8 : Ecrire les contraposées des implications suivantes et les démontrer. n :est un entier Naturel, $x\ et\ y$:sont des nombres réels.

1) $P:\ n$ premier$\Rightarrow n=2$ ou n est impair

2) $Q:xy\neq 0\Rightarrow x\neq 0\ et\ y\neq 0$

3) $R:x\neq y\Rightarrow(x+1)(y-1)\neq(x-1)(y+1)$

Exercice9 : 1) Soit $n\in\mathbb{N}$. Montrer que si n^2 est impair alors n est impair.

2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $2n+1$ est un carré parfait $\Rightarrow$ $n+1$ est la somme de carrés parfaits

Exercice10 : Soit : $n\in\mathbb{N}^*$; Montrer que : soit 4 divise n^2 soit 4 divise n^2-1

Exercice11 : Montrer qu'il n'existe pas d'entier naturel supérieur à tout autre.

Exercice12 :1) Soit $a \in \mathbb{R}^+$ tel que : $\forall \varepsilon \succ 0 : a \prec \varepsilon$

Montrer que : $a = 0$

2) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que : $\forall \varepsilon \succ 0 : |a-b| \prec \varepsilon$

Montrer que : $a = b$

3) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

Montrer que : $a \leq b \Leftrightarrow \forall \varepsilon \succ 0 : a \prec b + \varepsilon$

Exercice13 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I_3): $\sqrt{x-1} \geq x-7$

Exercice14 : Pour tout entier naturel n, on considère les deux propriétés suivantes :

$P(n)$: $10^n - 1$ est divisible par 9 et $Q(n)$: $10^n + 1$ est divisible par 9

1) Démontrer que : $P(n) \Rightarrow P(n+1)$

2) Démontrer que : $Q(n) \Rightarrow Q(n+1)$

3) Un élève affirme : " Donc $P(n)$ et $Q(n)$ sont vraies pour tout entier naturel n ".

Expliquer pourquoi il commet une erreur grave.

4) Démontrer que $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel n.

5) Démontrer que $Q(n)$ est fausse pour tout entier naturel n.

(On pourra utiliser un raisonnement par l'absurde.)

Exercice15 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $4^{3n} - 4^n$ est divisible par 5

Exercice16 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} (-1)^k (2k+1) = (-1)^n (n+1) - 1$.

Exercice17 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $f(1) = 0$ et $f(n+1) = \dfrac{5f(n)-3}{3f(n)-1}$

1) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $f(n) \neq 1$

2)On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $g(n) = \dfrac{f(n)+1}{f(n)-1}$

a) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $g(n+1) - g(n) = 3$

b) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $g(n) = 3n-2$

c) Déterminer : $f(n)$ en fonction de n ; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien