1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°1 : *LOGIQUE ET RAISONNEMENTS*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P_1 : "\frac{17}{5} = 3,4"$ 2) $P_2 : "\frac{17}{3} = 5,67"$ 3) $P_3 : "\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}"$

4) $P_4 : "\sqrt{7}^2 = 14"$ 5) $P_5 : "\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right) = 2-\sqrt{2}"$ 6) $P_6 : "\sqrt{3} < 2"$

7) $P_7 : "\sqrt{16+9} = \sqrt{16}+\sqrt{9}"$ 8) $P_8 : "\left|1-\sqrt{3}\right| = 1+\sqrt{3}"$ 9) $P_9 : "\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2 = 1"$

10) $P_{10} : "\sin\frac{3\pi}{4} = 1,71"$ 11) $P_{11} : "\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}"$ 12) P_{12} : " $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal "

Exercice2 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) $P : "\forall x \in \mathbb{R} / x^2 > 0"$ 2) $P : "\exists x \in \mathbb{R} / x^2 - 2 = 0"$

3) $P : \forall n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N}""$ 4) $P : (\forall x \in \mathbb{R}); -1 \leq \cos x \leq 1$

5) $P : (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}) : n \prec m$ 6) P : est pair$(\exists n \in \mathbb{N})\ 2n+1$

7) $P : (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$

8) $P : (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}) : y - x > 0$

9) $P : (\exists! x \in \mathbb{R}); 2x + 4 = 0$

10) $P : (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x + y \leq 1 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 2$

Donc : La proposition $\overline{P}$ est vraie par suite : P est fausse

Exercice3 : Compléter, lorsque c'est possible avec $\forall$ ou $\exists$ pour que les Enoncés suivants soient vrais.

1) $P_1 : ......x \in \mathbb{R}; (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ 2) $P_2 : ......x \in \mathbb{R}; x^2 + 3x + 2 = 0$

3) $P_3 : ......x \in \mathbb{R}; 2x + 1 = 0$ 4) $P_4 : ......x \in \mathbb{R}; x^2 + 2x + 3 \neq 0$

Exercice4 : Montrer que : les assertions : $P \wedge \overline{Q}$ et $\overline{P \Rightarrow Q}$ sont équivalentes

Exercice5 : Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes.

1) P : « $\left(\exists x \in \mathbb{R}^{*+}\right); x^2 \prec x \ ou \ x + \frac{1}{x} \prec 0$ »

2) Q : « $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{Q}) / x = y \ ou \ x \succ y$ »

3) R : « $(\exists y \in \mathbb{Q})(\forall x \in \mathbb{R}) / x = y \ ou \ x \succ y$ »

Exercice6 : Ecrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1) Le carré de tout réel est positif.
2) Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3) Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.
4) Tous les réels ne sont pas des quotients d'entiers.
5) Il existe un entier multiple de tous les autres.
6) Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.

Exercice7 : Montrer à l'aide d'un contre-exemple que les propositions suivantes est fausses :

1) $P:"\left(\forall x\in\left]0;1\right[\right);\dfrac{3}{x\left(1-x^2\right)}\prec 0"$

2) « $Q:\left(\forall n\in\mathbb{N}\right);n^2+n+1$ est un nombre premier »

3) « $R:\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);3\cos x\neq 2\sin^2 x$ »

Exercice8 : 2) Soit f : $\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ tel que : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):f\left(x\right)=x^2+6x-7$

On considère la proposition suivante : $P\ :\left(\forall\left(x;y\right)\in\mathbb{R}^2\right):x\neq y\Rightarrow f\left(x\right)\neq f\left(y\right)$

1) Ecrire la négation de P

2) Calculer : $f(1)$ et $f(-7)$

3) En déduire la valeur de vérité de la proposition P

4) Ecrire la contraposé de P et donner sa valeur de vérité

Exercice9 : 1) Montrer que : $x\succ 2\ et\ y\geq\dfrac{1}{3}\Rightarrow 0\leq\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\prec\dfrac{7}{2}$

2) $x\in\mathbb{R}^+$ Montrer que : $\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}=1-\sqrt{x}\Rightarrow x=0$

3) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\left|x-1\right|\leq 2\Rightarrow\left|x^2+x-2\right|\leq 10$

4) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\left|x-2\right|\leq 1\Rightarrow\left|\dfrac{2x+3}{x+2}\right|\leq 3$

Exercice10 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\forall y\in\mathbb{R}$: $x^2+y^2+xy=0\Leftrightarrow x=y=0$

Exercice11 : Montrer que : $\forall x\geq 2\ ;\forall y\geq 3:2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}=x+y\Leftrightarrow x=3\ et\ y=7$.

Exercice12 : Ecrire les contraposées des implications suivantes et les démontrer. n est un entier naturel,
x et y sont des nombres réels.

1) P : $n\ est\ premier\ \Rightarrow n=2\ \ ou\ \ n\ est\ impair$

2) Q : $xy\neq 0\Rightarrow x\neq 0\quad et\quad y\neq 0$)

Exercice13 : $x\in\mathbb{R}$ et $x\neq -5$: Montrer que : $x\neq -8\ \Rightarrow\dfrac{x+2}{x+5}\neq 2$

Exercice14 : 1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\left\{-1\right\}$; $x\neq\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{3x}{x+1}\neq 1$

2) Montrer que : $\forall\left(a;b\right)\in\left(\mathbb{R}^*\right)^2$ et $b\neq 2a$

$b\neq\dfrac{1}{8}a\Rightarrow\dfrac{a+2b}{2a-b}\neq\dfrac{2}{3}$

3) Montrer que : $\forall\left(a;b\right)\in\left(\left]1;+\infty\right[\right)^2\quad a\neq b\ \Rightarrow a^2-2a\neq b^2-2b$

Exercice15 : 1) Montrer que : $\forall\left(x;y\right)\in\left(\left[0;+\infty\right[\right)^2$; $x+y\geq 2\sqrt{xy}$

2) Déduire que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$; $x+\dfrac{1}{x}\geq 2$

3) Déduire que : $\forall\left(a;b\right)\in\left(\mathbb{R}_+^*\right)^2$; $\dfrac{a^2+1}{b}+\dfrac{b^2+1}{a}\geq 4$

Exercice16 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\dfrac{2n+1}{2\sqrt{n\left(n+1\right)}}>1$

Exercice17 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\frac{n(n+1)}{2} \in \mathbb{N}$.

Exercice18 : Montrer que $n(n+1)(n+2)$ est un multiple de 3 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice19 : 1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+1}+x \succ 0$.

2) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+1}-x \succ 0$.

Exercice20 : Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^+$ $\sqrt{1+x^2} \neq x$

Exercice21 : Soient $(x;y) \in \mathbb{Q}^2$ tels que : $2xy+x^2+5y^2=16$

Montrer que : $x \neq y$

Exercice22 : Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $4\cos x \neq x^2-4x+12$

Exercice23 : 1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\frac{n+2}{n+3} \notin \mathbb{N}$

2)Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $\sqrt{16n^2+8n+3} \notin \mathbb{N}$

Exercice24 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2-|x-2|-4=0$

Exercice25 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $\sqrt{x^2+1}=2x$

Soit S l'ensemble des solutions de l'équation (E)

Exercice26 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante (I): $\sqrt{x^2-5x+6} \geq x+4$

Exercice27 : Montrer que : 1) $\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1+2n$.

2) $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1+2+3+...+n = \frac{n\times(n+1)}{2}$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+...+n^2 = \frac{n\times(n+1)\times(2n+1)}{6}$

4) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; 4^n+6n-1 est divisible par 9

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien