1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°3 : ENSEMBLES ET APPLICATIONS

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Ecrire en extension les ensembles suivants :

$E_1=\{x\in\mathbb{Z}/k^2\le 7\}$

$E_2=\{k\in\mathbb{Z}/7\le k^2\le 35\}$

$E_3=\{(x;y)\in\mathbb{N}^2/(x+y)(x-y)=32\}$

$E_4=\{(x;y)\in\mathbb{Z}^2/0\prec 2xy\le 7\}$

$E_5=\left\{x\in\mathbb{Z}^*/(\forall n\in\mathbb{N})\frac{1}{x}\ge\frac{n}{n+1}\right\}$

Exercice2 : $A=\left\{x\in\mathbb{R}/\left|1-\frac{x}{2}\right|\prec 1\right\}$ et $B=]0;4[$; Montrer que : $A=B$

Exercice3 : $A=\{x\in\mathbb{R}/|x+1|\succ 3\}$ et $B=\{x\in\mathbb{R}/x^2+2x\succ 15\}$

1)Ecrire en compréhension les ensembles : $\overline{A}$ et $\overline{B}$

2) Comparer : $\overline{A}$ et $\overline{B}$

Exercice4 : Soit l'ensemble suivant : $A=\left\{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}-\frac{1}{n\times m}/n\in\mathbb{N}^*\ et\ m\in\mathbb{N}^*\right\}$

1) Montrer que : $0\notin A$ et $\frac{1}{2}\in A$

2) Montrer que : $A\subset]0;1]$

3) Est-ce que $A=]0;1]$?

Exercice5 : Soient les ensembles : $A=\{1;2;3\}$ et $B=\{0;1;2;3\}$

Décrire les ensembles : $A\cap B$; $A\cup B$ et $A-B$ et $A\times B$

Exercice6 :1) Déterminer le complémentaire dans $\mathbb{R}$ des parties suivantes :

$A=]-\infty,2]$; $B=]-1,+\infty[$; $C=[2,3[$

2) Soients : $E=]-\infty,1]\cup]2;+\infty[$; $F=]-\infty,1]$; $G=]2;+\infty[$

Comparer les ensembles suivants : $C_{\mathbb{R}}^{E}$ et $C_{\mathbb{R}}^{F}\cap C_{\mathbb{R}}^{G}$

Exercice7 : Soient A ; B et C des parties d'un ensemble non vide E

Monter que : $\begin{cases}A\cap C\subset B\cap C\\ A-C\subset B-C\end{cases}\Leftrightarrow A\subset B$

Exercice8 :

On rappelle que pour toutes parties U et V d'un ensemble E, on note : $U\Delta V=(U\setminus V)\cup(V\setminus U)$

1) Montrer que pour toutes parties : A ; B ; C d'un ensemble E

a) $(A\cup B)\cap\left(\overline{A\cup C}\right)=\overline{A}\cap B\cap\overline{C}$

b) $(A\cup C)\cap\left(\overline{A\cup B}\right)=\overline{A}\cap C\cap\overline{B}$

2) En déduire que : $(A\cup B)\Delta(A\cup C)=\overline{A}\cap(B\Delta C)$

3) Montrer que : $A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$

Exercice9 : Soient A ; B ; C des parties d'un ensemble E .

Monter que : $A=B\Leftrightarrow A\cap B=A\cup B$

Exercice10 : 1) E = {1, 2, 3}. Déterminer P(E)

2) Soient a, b, c, d des éléments distincts.

Ecrire P ({a, b, c, d}). Combien y a-t-il d'éléments ?

3)Essayer de deviner une formule donnant le nombre de parties d'un ensemble qui a n éléments.

Exercice11 : Soient E et F deux ensembles et A et B deux parties respectives de E et F

1) Déterminer le complémentaire de $A\times F$ dans $E\times F$
2) Déterminer le complémentaire de $E\times F$ dans $E\times F$
3) Déterminer le complémentaire de $A\times B$ dans $E\times F$
4) Monter que : $A\times B=\varnothing \Leftrightarrow A=\varnothing \ ou \ B=\varnothing$

Exercice12 : Soit l'application : $\begin{array}{l} f:[1;+\infty[\to[2;+\infty[\\ x\mapsto x+\dfrac{1}{x}\end{array}$

1) Calculer : $f(1)$ et $f(2)$ 2) Montrer que f est injective
3) Montrer que f est surjective
4) Montrer que f est bijective et Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f .

Exercice13 : Soit l'application f : $\begin{array}{l} :\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto \dfrac{x(1-x)^2}{(1+x^2)^2}\end{array}$

1) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^*\ \ f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$ b) f est-elle injective ? justifier
2) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^*$: $f(x)\le\dfrac{1}{4}$
b) f est-elle surjective ? justifier
3) f est-elle bijective ?

Exercice14 : Soit l'application f : $\begin{array}{l}\mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N} \\ (n;m)\mapsto n\times m\end{array}$ et l'application g : $\begin{array}{l}\mathbb{N}\to\mathbb{N}\times\mathbb{N} \\ n\mapsto\left(n;(n+1)^2\right)\end{array}$

1) f est-elle injective ? 2) f est-elle surjective ?
3) g est-elle injective ? 4) g est-elle surjective ?

Exercice15 : Soit l'ensemble dans : $E=]0;+\infty[$

Et soit l'application f : $\begin{array}{l}E\times E\to E\times E \\ (x;y)\mapsto\left(x\times y\ ;\ \dfrac{y}{x}\right)\end{array}$

1) Montrer que f est injective
2) Montrer que f est surjective
3) Déterminer f^{-1} la bijection réciproque de f

Exercice16 : Soit l'application f : $\begin{array}{l}:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto\dfrac{2x}{x^2+1}\end{array}$

1) a) Montrer que : $f(\mathbb{R})\subset[-1;1]$ b) f est-elle surjective ? justifier
2) f est-elle injective ? justifier 2) Déterminer : $f^{-1}\left(\left\{\dfrac{1}{2}\right\}\right)$ et $f^{-1}(\{4\})$
3) Montrer que : f est une bijection de $[-1;1]$ vers $[-1;1]$ et déterminer sa bijection réciproque f^{-1}.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien